SVILUPPO INIZIATIVE ATTUARIALI

Modelli attuariali per la valutazione dei rischi sanitari

Susanna Levantesi

Dipartimento di Scienze Statistiche

Sapienza Università di Roma

susanna.levantesi@uniroma1.it

Roma, 30 marzo 2017

Agenda

- Le assicurazioni sulla salute:
  - Caratteristiche e peculiarità
  - Forme assicurative di lunga durata
  - Forme assicurative di breve durata
- Modelli attuariali per la stima di basi tecniche delle assicurazioni sulla salute
  - Modelli multistato e processi markoviani
  - Metodi di analisi della sopravvivenza
  - Tavole a decremento multiplo
- Applicazioni alle assicurazioni di non autosufficienza e di malattia grave:
  - Costruzione di basi tecniche per l'assicurazione LTC
  - Costruzione di basi tecniche per l'assicurazione di malattia grave

SSN e assicurazioni sulla salute: introduzione

- **Assicurazione pubblica** → Servizio Sanitario Nazionale (SSN) basato su principi universalistici, obbligatorietà e garanzia di prestazione dei servizi essenziali.
  - Lo Stato assicura a tutti i cittadini i Livelli Essenziali di Assistenza (LEA), ovvero il diritto alla salute garantito da servizi e prestazioni standard.
- **Assicurazione privata**: prevede l'intervento dell'assicuratore al manifestarsi di un'**alterazione**, tra quelle previste in polizza, **dello stato di salute** dell'assicurato o al sopraggiungere di **condizioni di non autosufficienza**
  - Cause dell'alterazione dello stato di salute: Infortunio; Malattia; Invalidità senile (stati patologici o di deterioramento fisiologico che impediscono la conduzione di una vita autonoma)

Fondi sanitari, mutue, assicurazioni collettive	Assicurazioni individuali

Assicurazioni sulla salute: antiselezione e moral hazard

- **Antiselezione degli assicurati**

  tendenza ad assicurarsi da parte di individui particolarmente esposti al rischio di contrarre malattie o di incorrere in infortuni

  - Incide sulla sinistrosità del rischio
  - Limitata da accertamenti sanitari all'ingresso in assicurazione per una corretta valutazione del rischio

- **Moral hazard**

  rischio morale derivante da comportamenti scorretti da parte dell'assicurato (es. propensione a denunciare sinistri anche non oggettivamente evidenti in base alle proprie condizioni di salute) che impediscono all'assicuratore di conoscere realmente le effettive condizioni di salute dell'assicurato

  - Frequente nelle coperture di rendita per periodi di incapacità lavorativa

Assicurazioni sulla salute: periodi di carenza e di qualificazione

- **Periodo di carenza ("waiting period")**

  arco di tempo, susseguente la stipula del contratto, che *esclude dalla copertura assicurativa* le *malattie che in esso si manifestano*

  - Contiene i costi e contrasta gli effetti dell' antiselezione

- **Periodo di qualificazione**

  arco di tempo, a partire dal verificarsi della malattia o dall'insorgere dell'incapacità lavorativa, necessario affinché l'assicurato sia titolato a percepire il beneficio

  - Generalmente dura qualche settimana
  - Opera come "franchigia relativa"
  - Può essere incluso nella franchigia (rendite o diarie)

Assicurazioni sulla salute: natura delle prestazioni

- **Prestazione a rimborso**
  - Rimborso totale o parziale di un costo sostenuto dall’assicurato
- **Prestazione indennitaria**
  - Ammontare forfettario indipendente dalla perdita di reddito
  - Prestazione prefissata sostitutiva del reddito da lavoro
- **Prestazione di servizio**
  - Servizi di assistenza e cure ospedaliere

Rami danni

Rimborso spese mediche

Diaria da infortunio/malattia

Capitale caso morte

Capitale invalidità permanente

Rami vita

Rendita (LTC/PHI)

Capitale (malattia grave)

Assicurazioni sulla salute: clausole contrattuali

- **Le clausole contrattuali**
  - Producono una diminuzione del prezzo della copertura assicurativa
  - Rendono l'assicurato corresponsabile inducendolo ad adottare precauzioni che prevengono i sinistri
  - Riducono il fenomeno del moral hazard

- Massimali di durata

- Massimali di importo

- Franchigia temporale

- Franchigia relativa

- Franchigia assoluta

- Periodo di qualificazione della malattia

- Scoperto

- Periodo di carenza iniziale

Le assicurazioni sulla salute di lunga durata

IV Ramo vita: «l'assicurazione **malattia** e l'assicurazione contro il rischio di **non autosufficienza** che siano garantite mediante **contratti di lunga durata**, non rescindibili, per il rischio di **invalidità grave** dovuta a malattia o a infortunio o a longevità» (D. Lgs. n.209/2005 e successive modifiche)

- Assicurazione del rischio di malattie gravi (Dread Disease (DD) o Critical Illness (CI));
- Assicurazione del rischio di perdita di autosufficienza (Long Term Care (LTC));
- Assicurazione del rischio di incapacità lavorativa dovuta a infortunio o malattia (Permanent Health Insurance (PHI)).

Le assicurazioni sulla salute di breve durata

I Ramo danni: «Infortuni (compresi gli infortuni sul lavoro e le malattie professionali); prestazioni forfettarie; indennità temporanee; forme miste; persone trasportate»

- **Infortunio**: evento dovuto a causa fortuita, violenta ed esterna che produce lesioni corporali obiettivamente constatabili, che abbiano come conseguenza la morte o un'invalidità permanente o un'inabilità temporanea
- Assicurazione infortuni: forme di copertura
  - Diaria in caso d'inabilità temporanea causata da infortunio
  - Capitale in caso d'invalidità permanente, totale o parziale, da infortunio
  - Capitale in caso di decesso
  - *Garanzie accessorie: ad esempio, copertura del rimborso delle spese sanitarie sostenute dall'assicurato a seguito di infortunio*

Le assicurazioni sulla salute di breve durata

Il Ramo danni: «Malattia: prestazioni forfettarie; indennità temporanee; forme miste»

- **Malattia**: ogni alterazione dello stato di salute dell'assicurato non dipendente da infortunio
- Assicurazione malattia: forme di copertura
  - Rimborso delle spese mediche (o di cura) sostenute dall'assicurato in caso di ricovero, con o senza intervento chirurgico, reso necessario da:
    - Malattia,
    - Infortunio,
    - Parto.
  - Diaria per ricovero ospedaliero
  - Diaria per inabilità temporanea da malattia
  - Capitale per invalidità permanente, totale o parziale, da malattia

Le assicurazioni sulla salute di breve durata

- Coperture annuali
- Calcolo del premio in base al principio di equità
- In base all'osservazione statistica su un insieme di rischi omogenei
  - r : numero di rischi
  - s : numero di sinistri annui registrati tra gli r rischi
  - $c_1, c_2, \ldots\, c_s$: costo dei sinistri 1,2,..,s
  - Quota danni: frequenza sinistri $\left(\frac{s}{r}\right)$ * costo medio per sinistro $\left(\frac{c_1+c_2+\ldots+c_s}{s}\right)$

$$Q = \frac{c_1+c_2+\ldots+c_s}{r} = \frac{s}{r} \cdot \frac{c_1+c_2+\ldots+c_s}{s}$$

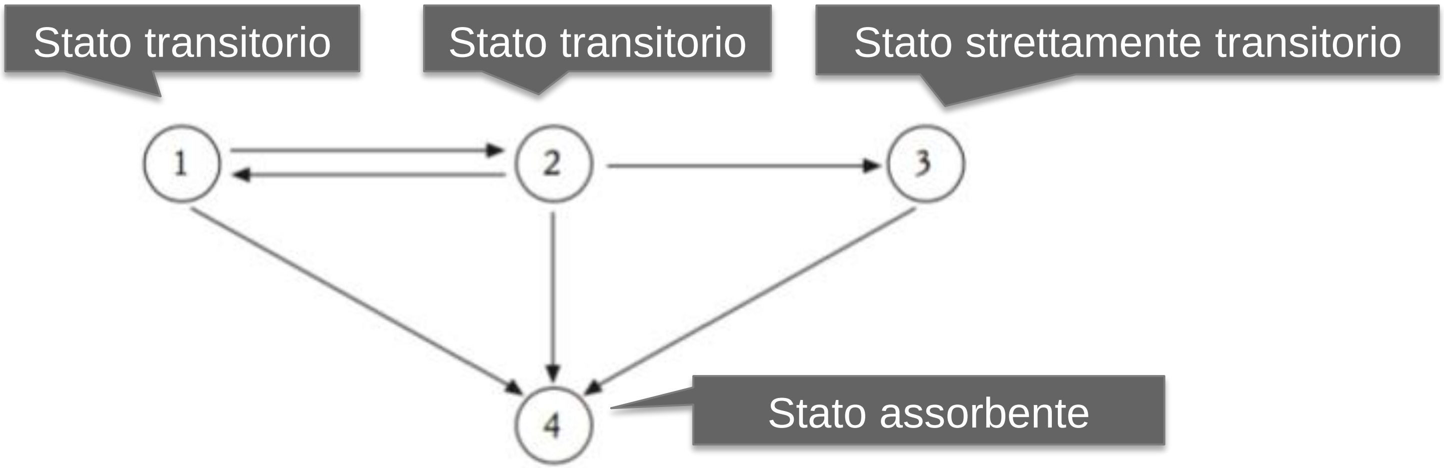
  - h : numero massimo di sinistri che colpiscono un rischio
  - Indice di ripetibilità: $\rho = \frac{s}{r_1+r_2+\cdots+r_h}$

Modelli attuariali per la stima di basi tecniche di assicurazioni sulla salute di lunga durata

- Coperture pluriennali
- Modelli di pricing basati su modelli multistato (più diffusi)
  - Modelli di mortalità applicati in un contesto multistato (mortalità degli attivi, mortalità degli invalidi, transizione da attivo ad invalido, ecc.)
    - Deterministici (Gompertz-Makeham, Weibull,…)
    - Stocastici (Lee-Carter, Cairns-Blake-Dowd)
- Tavole a decrementi multipli
  - Prevedono più cause di uscita
  - Strumento utile per lo studio delle assicurazioni sulla salute basate su modelli multistato
- Modelli di pricing basati su metodi di analisi della sopravvivenza (meno diffusi)

Modelli multistato

- Consentono di riassumere la “storia assicurativa” di ciascun individuo mediante la rappresentazione dei possibili stati assunti dall’individuo in un istante di tempo.
- Definiti da: spazio degli stati {1,2,…,m} e insieme delle transizioni dirette tra stati



Schematizzazione di un modello multistato per le assicurazioni di persone.

Modelli multistato

- **Struttura dello schema coerente con le condizioni contrattuali** della copertura assicurativa da rappresentare (transizione tra stati che comporta un flusso monetario)
- L'insieme degli **stati aleatori** occupati dall'assicurato costituiscono il **processo stocastico {*S(t)*}**, con *t* parametro operativo

- **Modelli discreti**: assegnazione di probabilità di transizione tra stati che si riferiscono ad intervalli di tempo di ampiezza determinata. Processo $S(t)$ a parametro discreto ($t = 0,1,2,\ldots$ a valori interi)
- **Modelli continui**: assegnazione di intensità istantanee di transizione tra stati che si riferiscono ad intervalli di tempo infinitesimi (*dt*). Processo $S(t)$ a parametro continuo ($t \geq 0$ reale)

Processi markoviani

- Si assume che {$S(t)$} sia una **catena di Markov**: processo stocastico in cui la probabilità di transizione che determina il passaggio tra stati del sistema dipende unicamente dallo stato del sistema immediatamente precedente (proprietà di Markov) ed è indipendente dalla traiettoria del processo
- La distribuzione del processo {$S(t)$} è determinata unicamente dalla distribuzione iniziale e dalle probabilità/intensità di transizione tra stati
- **Catena di Markov non omogenea**: processo in cui la probabilità di transizione dipende sia dalla distanza tra due istanti temporali sia dall'origine dell'asse dei tempi (età). Quindi, siano:

$x\,(x \geq 0)$ l'età di ingresso in assicurazione;
$x + t\,(t \geq 0)$ l'età raggiunta, e
$S(x + t)$ lo stato aleatorio occupato dall'assicurato all'età $x + t$, ponendo per ipotesi: $S(x) = a$.

Processi markoviani

Probabilità di transizione dallo stato *i* allo stato j

$$ {}_{t}p_x^{ij} = Pr\{S(x+t) = j \;|S(x) = i\}, \quad t \in [0,T], i, j \in \Omega $$

Intensità di transizione dallo stato *i* allo stato j

$$ \mu^{ij}(x) = \lim_{t \to 0} \left(\frac{{}_{t}p_x^{ij}}{t} \right) t \in [0,T], \quad i, j \in S, i \neq j $$

- La struttura probabilistica del processo {*S(t)* } può essere riassunta in una matrice delle probabilità di transizione:

Matrice di transizione del processo

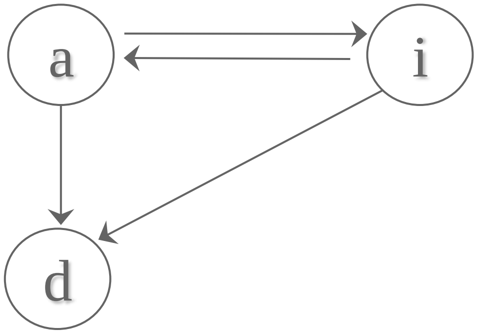
$$ P_x = \begin{pmatrix} p_x^{aa} & p_x^{ai} & p_x^{ad} \\ p_x^{ia} & p_x^{ii} & p_x^{id} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

Esempio di modello a 3 stati:

a = attivo

i = invalido

d = deceduto



Equazioni differenziali di Kolmogorov

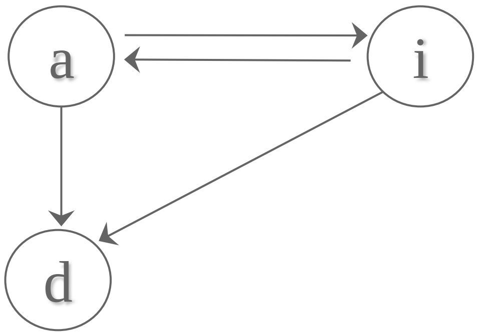
- Le equazioni differenziali prospettive di Kolmogorov permettono di trovare le probabilità di transizione e di permanenza in funzione delle intensità di transizione:

$$\frac{d}{dt}\,{}_tp_x^{aa} = -{}_tp_x^{aa}\left(\mu_{x+t}^{ai} + \mu_{x+t}^{ad}\right)$$

$$\frac{d}{dt}\,{}_tp_x^{ai} = -{}_tp_x^{ai}\,\mu_{x+t}^{id} + {}_tp_x^{aa}\,\mu_{x+t}^{ai}$$

$$\frac{d}{dt}\,{}_tp_x^{ad} = {}_tp_x^{aa}\,\mu_{x+t}^{ad}$$

Stato di partenza: **attivo**



Stato di partenza: **invalido**

$$\frac{d}{dt}\,{}_tp_x^{ii} = -{}_tp_x^{ii}\,\mu_{x+t}^{id} \qquad \frac{d}{dt}\,{}_tp_x^{ia} = -{}_tp_x^{ia}\,\mu_{x+t}^{ad} + {}_tp_x^{ii}\,\mu_{x+t}^{ia} \qquad \frac{d}{dt}\,{}_tp_x^{id} = {}_tp_x^{ii}\,\mu_{x+t}^{id}$$

Tavole a decrementi multipli

- Tavole «increment-decrement» che prevedono più modalità di entrata/uscita
- In ambito attuariale le tavole a decrementi multipli (multiple decrement table) sono di grande utilità
  - Analisi della mortalità per causa (prestazioni differenti per cause di morte differenti)
  - Analisi delle transizioni tra stati in un modello multistato (prestazioni differenti per cause di uscita differenti, ad es. malattia grave e morte)
- Sono estensioni di tavole di mortalità standard in cui coesistono decrementi simultanei dovuti a varie cause
- L'eliminazione da ogni stato è studiata separatamente
- Le uscite da uno stato rappresentano in genere entrate in un nuovo stato

Tavole a decrementi multipli

- Notazione convenzionale:
  - l_x : numero atteso di sopravviventi all'età x
  - $d_x^{(j)}$: numero di individui che escono dalla popolazione (decrementi) tra le età x e $x+1$ per la causa j
  - d_x : numero totale di uscite per tutte le cause
  - m : numero totale di possibili decrementi

$$d_x = \sum_{j=1}^{m} d_x^{(j)}$$

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

  - $q_x^{(j)}$: probabilità che un individuo di età x uscirà dalla popolazione entro l'anno per la causa (o decremento) j

$$q_x^{(j)} = \frac{d_x^{(j)}}{l_x}$$

  - q_x : probabilità che un individuo di età x uscirà dalla popolazione entro l'anno

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{\sum_{j=1}^{m} d_x^{(j)}}{l_x} = \sum_{j=1}^{m} q_x^{(j)}$$

  - Analogamente si possono calcolare le corrispondenti probabilità di sopravvivenza

Tavole a decrementi multipli

Età	n. sopravviventi	decessi			probabilità di uscita			totale
		infarto	incidenti	altre cause	infarto	incidenti	altre cause	totale
x	l_x	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$	$d_x^{(3)}$	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(3)}$	q_x
50	4.977.532	5.323	1.192	4.422	0.1069%	0.0239%	0.0888%	0.2197%
51	4.966.585	5.524	1.242	5.317	0.1112%	0.0250%	0.1071%	0.2433%
52	4.954.502	5.787	1.486	6.139	0.1168%	0.0300%	0.1239%	0.2707%

Tabella 1: Esempio di tavola a decrementi multipli.

$$l_{x+1} = l_x - \sum_{j=1}^{m} d_x^{(j)}$$

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{\sum_{j=1}^{m} d_x^{(j)}}{l_x} = \sum_{j=1}^{m} q_x^{(j)}$$

Metodi di analisi della sopravvivenza

- Metodologie utilizzate per descrivere e studiare la **durata residua di permanenza in un particolare stato** del sistema, ovvero il tempo di attesa prima che l'individuo transiti in un altro stato a seguito di un particolare evento (per esempio, invalidità)

Non parametrici

nessuna assunzione sulla forma analitica della funzione di ripartizione

- Tavole di sopravvivenza
- Stimatore di Kaplan-Meier

Parametrici

si assume una distribuzione notevole per la funzione di ripartizione

- Weibull
- Lognormale
- Esponenziale
- …

Semiparametrici

nessuna ipotesi sulla funzione di sopravvivenza ma forma funzionale rispetto a caratteristiche individuali

- GLM
- Cox proportional hazard rate

Tavole di sopravvivenza

- Suddivisione in sotto-intervalli, non necessariamente della stessa lunghezza, della variabile aleatoria **durata di vita alla nascita** $[0, \omega]$
- Unità scelta: tipicamente l'anno
- Siano :

$$\bigcup_{j=1}^{m} [t_{j-1},\ t_j] = [0, \omega]$$

  - m: numero di intervalli scelti
  - n_j : numero di individui presenti ad inizio intervallo
  - d_j : numero di individui usciti nell'intervallo $[t_{j-1}, t_j]$ per la causa oggetto di studio
  - c_j : numero di individui usciti nell'intervallo $[t_{j-1}, t_j]$ per cause diverse da quella oggetto di studio (censored data);
  - τ_j : ampiezza dell'intervallo j.
- La probabilità di uscita è stimata come:

$$\hat{q}_j = \frac{d_j}{n_j - c_j/2}$$

Numero di uscite

Esposti al rischio

  - Ipotesi di uniforme distribuzione delle uscite nell'anno

Tavole di sopravvivenza

- La probabilità di permanenza è quindi: $\hat{p}_j = 1 - \hat{q}_j$
- La stima della funzione di sopravvivenza si ottiene moltiplicando le stime della probabilità di sopravvivenza su tutti i sotto-intervalli
- Indicando con T_0 la variabile aleatoria **durata di vita residua** per un individuo al tempo $t_0 = 0$ (alla nascita), si ottiene la funzione di sopravvivenza:

$$Pr[T_0 > t] = S(t) = \prod_{j=1}^{k-1} \hat{p}_j \qquad t \in [t_k, t_{k+1}]$$

- Stimatore di Kaplan Meier
  - Prodotto-limite = si ottiene come valore limite della stima della funzione di sopravvivenza, facendo tendere a 0 l'ampiezza degli intervalli
  - Osservazione continua delle unità statistiche, al fine di ottenere il tempo di sopravvivenza esatto per ogni singolo individuo
  - Adatto per campioni di bassa numerosità

Stimatore di Kaplan-Meier

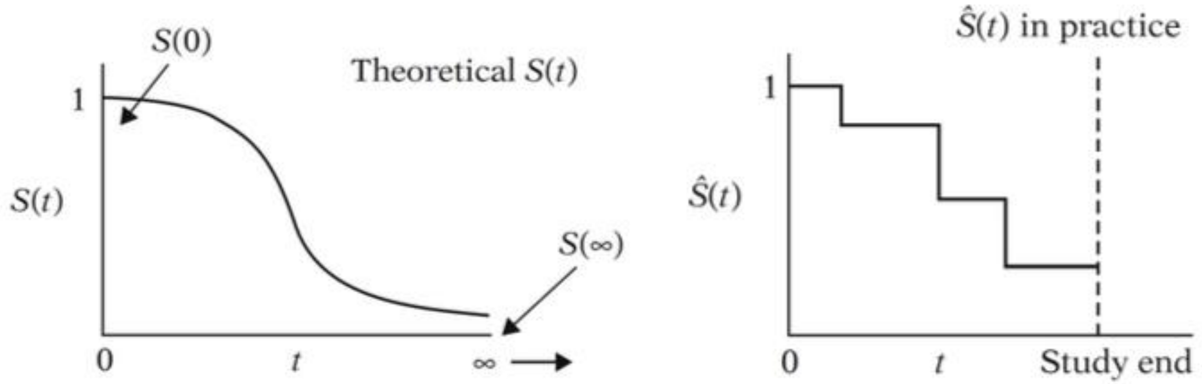
- Campione formato da n unità con tempi di sopravvivenza $t_1, \dots, t_n$
  - $t_{(1)} < \cdots < t_{(r)}$ con $r \le n$: tempi osservati al verificarsi dell'evento ordinati in modo crescente
  - n_j : numero dei soggetti a rischio immediatamente prima del tempo t_j
  - d_j : numero di individui che subiscono l'evento (ad esempio uscita per morte) al tempo t_j, per $j = 1, \dots, r$.
- La probabilità di uscita nell'istante t_j, essendo l'individuo rimasto nel collettivo fino a tale epoca, è stimata come:

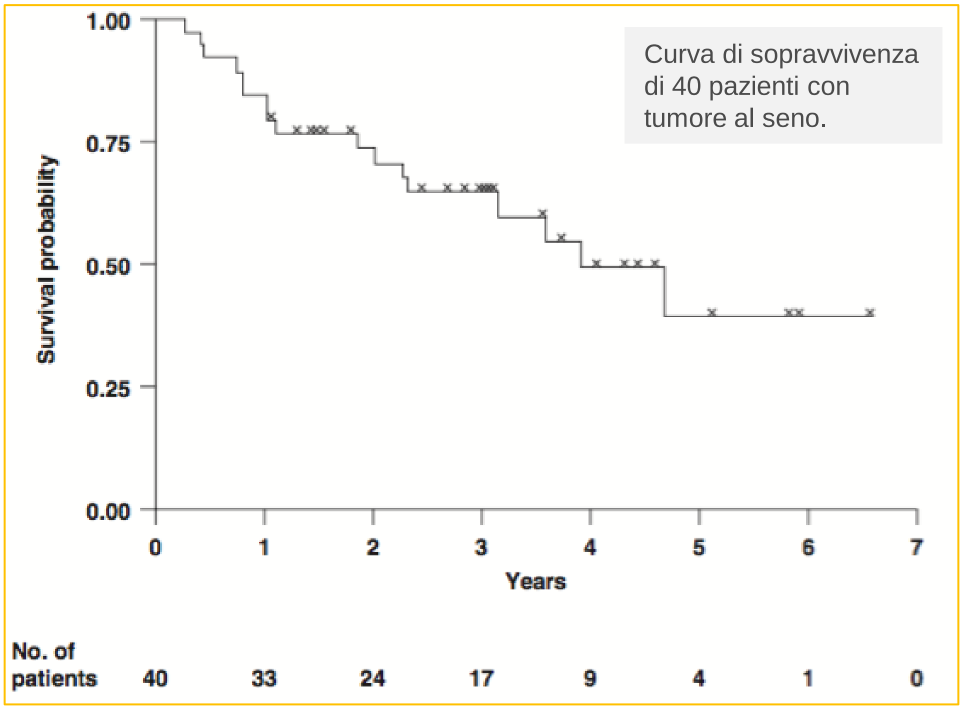
$$\hat{q}_j = \frac{d_j}{n_j}$$

- Lo stimatore Kaplan-Meier della funzione di sopravvivenza si ottiene dalla produttoria delle probabilità di sopravvivenza:
  - I dati censurati sono assunti a fine periodo, anziché distribuiti in modo uniforme sull'intervallo di riferimento come nel metodo delle tavole di sopravvivenza.

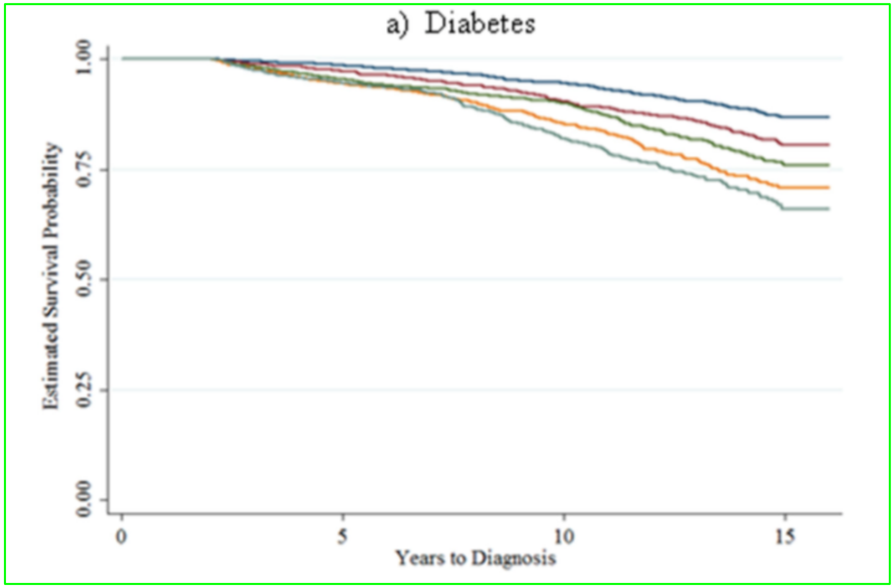
$$\hat{S}(t) = \prod_{j \mid t_{(j)} \le t} \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right) = \prod_{j \mid t_{(j)} \le t} \hat{p}_j$$

Stimatore di Kaplan-Meier





Curva di sopravvivenza di 40 pazienti con tumore al seno.



Metodi parametrici

- Modelli in cui la distribuzione di probabilità può essere definita da una funzione analitica dipendente da uno o più parametri incogniti.
- Esempi di distribuzioni ampiamente utilizzate in ambito attuariale:

Distribuzione	**Funzione di sopravvivenza**
Gompertz-Makeham	$S(t) = e^{-\left(\gamma t + \frac{\alpha}{\beta} e^{\beta t} - \frac{\alpha}{\beta}\right)}$
Weibull	$S(t) = \exp(-\lambda t)^{\gamma}$
Lognormale	$S(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\log(t) - m}{\sigma}\right)$
Esponenziale	$S(t) = \exp(-\lambda t)$

Modelli lineari generalizzati (GLM)

- Mettono in relazione il valore atteso del fenomeno aleatorio oggetto di analisi con un set di osservazioni di diverse variabili indipendenti.
- Per stabilire un legame tra il fenomeno aleatorio e il set delle variabili indipendenti, è necessario verificare che vi sia tra di loro un sufficiente grado di dipendenza.
- Dalla combinazione lineare delle variabili indipendenti si ottiene il valore atteso di una trasformata della variabile aleatoria studiata.
- Siano: Y_k il valore assunto della k-esima osservazione, e con: $X_{k,1}, X_{k,2}, \ldots, X_{k,p}$ le p misurazioni (a priori) rilevate per la k-esima osservazione, la relazione tra la variabile endogena e le variabili esogene è espressa dalla seguente:

Intercetta

regressori

Link function (monotona e invertibile)

$$g(Y_k) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} X_{k,j} \cdot \beta_j + \varepsilon_k$$

Termine di errore

Cox proportional hazard rate

- Modello di regressione proposto da Cox nel 1972
- Variabili «evento» (malattia, invalidità,…) e «tempo»
- Hazard function dell'i-mo individuo: $\lambda(t, z_i) = \lambda_0(t) e^{\beta^T z_i}$
- $\lambda_0(t)$: baseline hazard rate
- $z_i = z_{i1}, \ldots, z_{ik}$: variabili indipendenti (covariate)
- $\beta = \beta_1, \ldots, \beta_k$: coefficienti di regressione
- se $\beta = 0$ il rischio $\lambda(t, z_i)$ è costante e indipendente dalle caratteristiche z_i di ciascun individuo
- L'hazard rate di soggetti differenti con covariate z_1 e z_2 sono proporzionali (per ogni t):

$$\frac{\lambda(t, z_1)}{\lambda(t, z_2)} = \frac{e^{\beta^T z_1}}{e^{\beta^T z_2}}$$

Cox proportional hazard rate

- Tale modello consente di esplorare facilmente i collegamenti tra rischio e covariate individuali.
- E' un modello semi-parametrico perchè i coefficienti $\beta = \beta_1, \ldots, \beta_k$ sono stimati senza tener conto della forma della baseline hazard function ($\lambda_0(t)$)
- Le covariate possono variare nel tempo, in tal caso il modello può essere utilizzato come un potente strumento predittivo
- Può essere utilizzato per stimare le intensità di transizione da uno stato all'altro in un modello multistato (si veda ad esempio: Czado e Rudolph, 2002)

Cox proportional hazard rate: esempio di applicazione

- Impiego del modello di Cox per studiare la sopravvivenza dei percettori di prestazioni LTC
- Covariate considerate:

età $\longrightarrow$ $Z_{\text{Age}}(t) :=$ age of claimant when a state transition occurs at time t

sesso $\longrightarrow$ $$Z_{\text{Sex}} := \begin{cases} 1 & \text{female,} \\ 0 & \text{male,} \end{cases}$$

tipo di cura $\longrightarrow$ $$Z_{\text{nh}}(t) := \begin{cases} 1 & \text{care in a nursing home at time } t, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

livello di non autosufficienza $\longrightarrow$ $$Z_{\text{Level } i}(t) := \begin{cases} 1 & \text{care at level } i \text{ at time } t,\ \ i = 2, 3, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases}$$

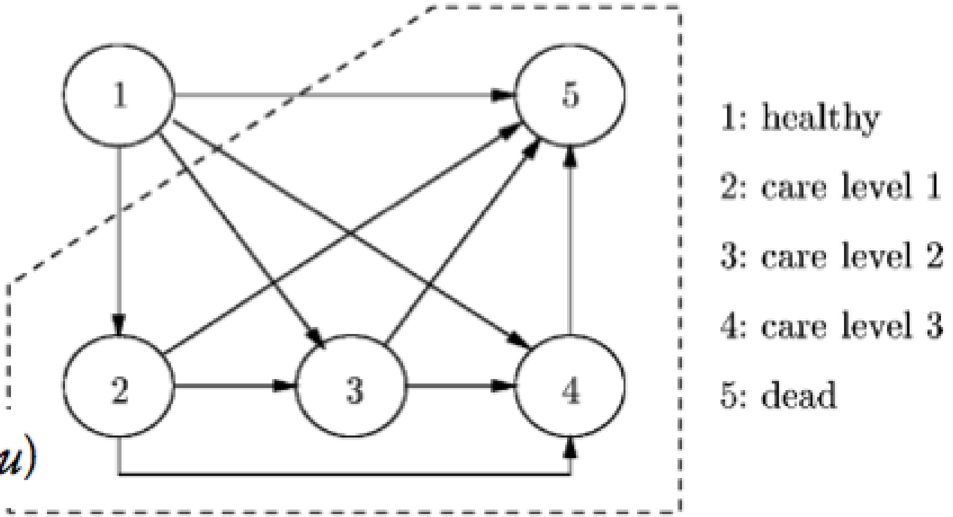
Cox proportional hazard rate: esempio di applicazione

- Funzione dell'hazard rate dipendente dalle covariate considerate:

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) \exp \cdot$$
$$\cdot \begin{bmatrix} \beta_1 z_{Age}(t) + \beta_2 z_{Sex} + \beta_3 z_{nb}(t) + \beta_4 z_{Level\ 2}(t) + \\ +\beta_5 z_{Level\ 3}(t) + \beta_6 z_{Age}(t) \cdot z_{Sex} + \beta_7 z_{Age}(t) \cdot z_{nb}(t) + \\ +\beta_8 z_{Sex}(t) \cdot z_{nb}(t) + \beta_9 z_{nb}(t) \cdot z_{Level\ 2}(t) + \\ +\beta_{10} z_{nb}(t) \cdot z_{Level\ 3}(t) \end{bmatrix}$$

- Dalla stima degli hazard rate per ogni transizione del modello, si possono ricavare tutte le probabilità che definiscono il modello, ad esempio:

$$P_{22}(z,t) = \exp\left(-\int_z^t [\lambda_{23}(u) + \lambda_{24}(u)]\, du\right)$$



COSTRUZIONE DI BASI TECNICHE PER L'ASSICURAZIONE LTC e MALATTIE GRAVI: APPLICAZIONI

La base dati

Incidence rates

- numero di persone che hanno un nuovo caso di malattia/disabilità nell'anno

- Età
- Sesso
- Anno

Prevalence rates

- proporzione di persone che sono malate o non autosufficienti in una popolazione

- Età
- Sesso
- Anno

Decessi

- Decessi per causa (assicurazioni malattie gravi)
- Decessi tra la popolazione non autosufficiente (assicurazioni LTC)

- Età
- Sesso
- Anno
- Durata della condizione/ livello di non autosuff.

La non autosufficienza

Concetto diverso da:

- ► Malattia: alterazione temporanea dello stato di salute
- ► Invalidità: ridotta capacità di condurre normali attività a seguito di infortunio o malattia
  - Legata all'incapacità di conseguire reddito da lavoro
  - Può non implicare un bisogno di assistenza
- ► Handicap: limitazione fisica o psicologica nella conduzione di normali attività
  - Svantaggio sociale
  - Può implicare un bisogno di assistenza

<u>Non autosufficienza: perdita di autonomia nelle attività più semplici della vita quotidiana</u>

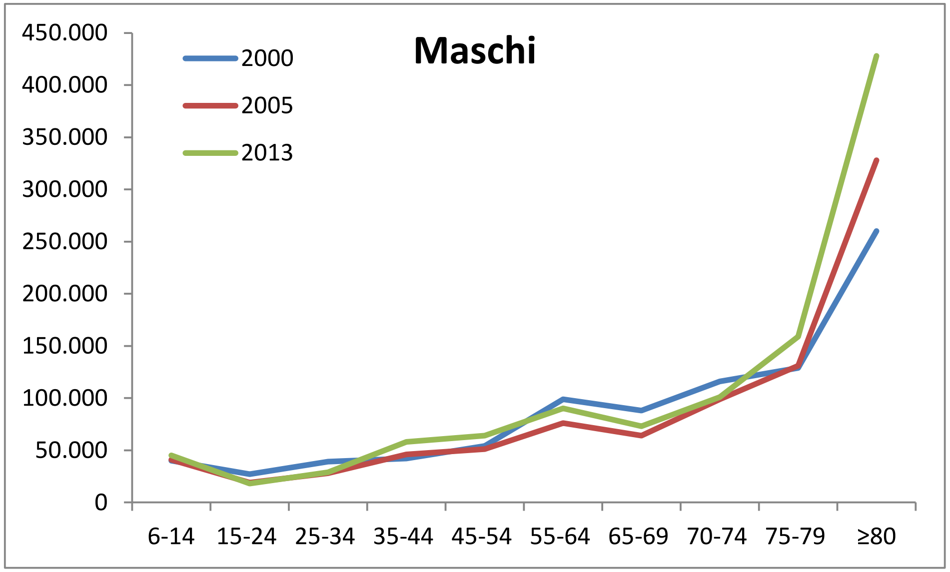
- Implica un bisogno di assistenza

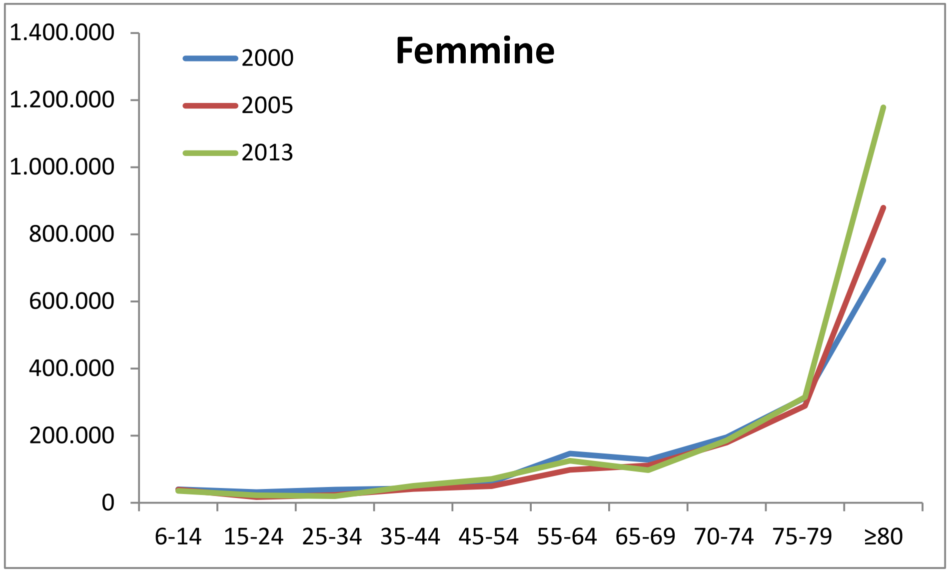
La popolazione non autosufficiente in Italia

- Indagine ISTAT sulle "Condizioni di salute, fattori di rischio e ricorso ai servizi sanitari"
- Non autosufficienza: incapacità di svolgere, in modo presumibilmente permanente e senza alcun ausilio, una serie di attività elementari della vita quotidiana

Anno	M	F	T
2000	893.000	1.722.000	2.615.000
2005	882.000	1.727.000	2.609.000
2013	1.064.000	2.102.000	3.166.000

Persone con disabilità di 6 anni e più per tipo di disabilità e classe di età – Italia. Anni 2000, 2005, 2013





Definizione di Long Term Care (LTC)

- Complesso di interventi, erogati da istituzioni pubbliche o private, necessari per far fronte al **bisogno di assistenza** di individui prevalentemente **anziani in condizioni di non autosufficienza**.

- Necessità di assistenza a vari livelli
  - Assistenza domiciliare
  - Soggiorno con assistenza in case di riposo
  - Ricovero in case o istituti di cura

- Sistema a tre pilastri
  - 1° pilastro: assicurazione pubblica (indennità di accompagnamento (statale), prestazioni regionali e comunali)
  - 2° pilastro: fondi pensione, fondi sanitari, assicurazioni collettive
  - 3° pilastro: polizze assicurative individuali

Le prestazioni LTC nel settore pubblico

- Prestazioni eterogenee: sanitarie, assistenziali, monetarie
- Articolate su 3 livelli (Legge quadro per la realizzazione del sistema integrato di interventi e servizi sociali – L. 328/2000):

Stato

Fissa il livello assistenziale minimo (LEA) garantito

Indennità di accompagnamento
- ✓ invalidità totale e permanente del 100%
- ✓ impossibilità di deambulare senza aiuto permanente ovvero impossibilità di compiere gli atti quotidiani della vita
- ✓ Importo: 515 € mensili (tassazione generale)
- ✓ No livelli differenti di disabilità, no test dei mezzi

Regioni

Implementano i LEA

- ✓ Programmazione e orientamento interventi sociali a livello territoriale
- ✓ Ruolo operativo indiretto

Comuni

- ✓ Attori principali dell'assistenza sociale ai non autosufficienti
- ✓ Funzione amministrativa

Assicurazione LTC privata

- Contratto che copre il **rischio di perdita dell'autosufficienza** nello svolgimento delle attività elementari della vita quotidiana
- Definizione del rischio **in base alle Activities of Daily Living (ADL)**: ad es. 4/6; 3/4; talvolta anche in base alla presenza di Alzheimer o di altre demenze senili
- Più frequente: **prestazione LTC in forma di rendita vitalizia** finché l'assicurato rimane nello stato di non autosufficiente
- Meno frequente: rimborso spese sanitarie e assistenziali (ramo danni)
- **Limiti di età all'ingresso in assicurazione**: 70-75 anni
- **Premi in base a stato di salute, età e sesso**
- Presenza di un **periodo di carenza**: generalmente 1 anno, se la non autosufficienza è dovuta a malattia

Copertura LTC in forma di rendita: tipologie

- **Stand-alone** o autonoma
- **Complementare** ad un'assicurazione sulla vita (per es. di una caso morte o di una rendita vitalizia)
- **Complementare** ad un'assicurazione sulla salute (aggiuntiva o anticipativa): assicurazione malattia + rimborso spese LTC
- **Enhanced pension**: rendita vitalizia immediata a premio unico (acquistata all'età di pensionamento), il cui importo è maggiorato in caso di non autosufficienza
- **Enhanced annuity**: rendita LTC immediata, a premio unico, destinata a chi già si trova in condizioni di non autosufficienza

Un modello attuariale per la stima di basi tecniche per assicurazioni LTC

- Modello presente in «Assicurazioni sulla salute: caratteristiche, modelli attuariali e basi tecniche», A cura di: De Angelis P., Di Falco, L.. Ed. Il Mulino.
  - Baione F., Conforti, C., Levantesi S., Menzietti M., Tripodi A. (2016). “**Stima di basi tecniche per assicurazioni LTC**, malattie gravi e invalidità”: p. 123-196.

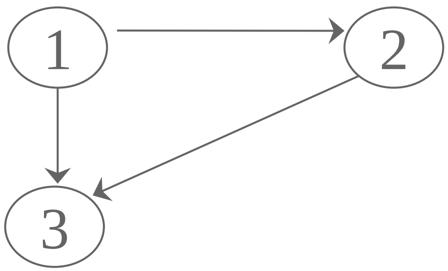
- Base dati: Titolari di indennità di accompagnamento e/o pensioni di invalidità. INPS, 2001-2013.

Indennità di accompagnamento

- Requisiti per ottenere l'indennità di accompagnamento:
  - riconoscimento di totale inabilità (100%) per affezioni fisiche o psichiche,
  - impossibilità di deambulare senza l'aiuto permanente di un accompagnatore, ovvero impossibilità di compiere gli atti quotidiani della vita con conseguente necessità di un'assistenza continua.
- Al compimento del 65° anno di età, il diritto all'indennità è subordinato alla condizione che la persona abbia difficoltà persistenti a svolgere i compiti e le funzioni dell'età: impossibilità alla deambulazione autonoma e mancanza assoluta di autosufficienza.
- L'indennità è compatibile con lo svolgimento di un'attività lavorativa.
- L'indennità è compatibile e cumulabile con: pensione di inabilità e pensioni per i ciechi totali o parziali.
- Buona aderenza con la definizione presente nei prodotti assicurativi (che prevedono però vincoli specifici per la determinazione della non autosufficienza, come l'incapacità di svolgere un determinato numero di ADL).

Un modello attuariale per la stima di basi tecniche per assicurazioni LTC

- Modello multistato non omogeneo a tempo discreto con tre stati:
  - 1 = attivo,
  - 2 = non autosufficiente,
  - 3 = deceduto.



- $D^{ij}(x,t)$: numero osservato di transizioni dallo stato i allo stato j
- $l^{i}(x,t)$: numero di individui (della popolazione di riferimento) di età x che si trovano nello stato i nell'anno t
- Probabilità di transizione: e di permanenza:

$$p^{ij}(x,t) = \frac{D^{ij}(x,t)}{l^{i}(x,t)}; \qquad p^{ii}(x,t) = \frac{l^{i}(x+1,t+1)}{l^{i}(x,t)}$$

- Riattivazione non considerata per l'indisponibilità di dati ed il carattere sostanzialmente cronico della perdita di autosufficienza.

Un modello attuariale per la stima di basi tecniche per assicurazioni LTC

- Alcuni modelli stocastici (ad es. Lee-Carter) esaminano il tasso centrale di transizione, $m^{ij}(x,t)$, invece delle probabilità di transizione.
- Tasso centrale di transizione: $m^{ij}(x,t) = \frac{D^{ij}(x,t)}{E^{i}(x,t)}$
- $E^{i}(x,t)$: esposti al rischio di transizione dallo stato i allo stato j
- Assumendo che $m^{ij}(x,t)$ sia costante all'interno di ciascun anno di calendario, valgono le seguenti relazioni:

$$p^{11}(x,t) = \exp\left(-m^{13}(x,t) - m^{12}(x,t)\right)$$

$$p^{12}(x,t) = \frac{m^{12}(x,t)\left(p^{22}(x,t) - p^{11}(x,t)\right)}{m^{13}(x,t) + m^{12}(x,t) - m^{23}(x,t)}$$

$$p^{23}(x,t) = 1 - \exp\left(-m^{23}(x,t)\right)$$

$$p^{13}(x,t) = 1 - p^{11}(x,t) - p^{12}(x,t)$$

Utilizzo di modelli stocastici di proiezione delle probabilità

- La lunga durata delle polizze LTC, unitamente all'evoluzione dinamica delle probabilità di transizione, rende necessario ricorrere a modelli di proiezione delle probabilità di transizione (non solo per le probabilità di sopravvivenza).
- Nell'ambito dei modelli introdotti in letteratura si è optato di impiegare modelli appartenenti alla famiglia dei modelli stocastici.
- **Vantaggi:**
  - tengono conto della natura stocastica dei dati di partenza
  - permettono di proiettare sia una best estimate che gli intervalli di confidenza
- **Modello utilizzato:**
  - Lee-Carter adattato in un ambiente multistato
  - In alternativa è possibile utilizzare altri modelli stocastici. Si veda ad esempio Levantesi-Menzietti (2012) per un'applicazione del modello Cairns-Blake-Dowd in ambito multistato

Modello Lee-Carter in ambito multistato

- Evoluzione dei tassi centrali di transizione tra gli stati:

$$\log\left(m^{ij}(x,t)\right) = \alpha_x^{ij} + \beta_x^{ij} k_t^{ij}$$

- Vincoli:

$$\sum_x \beta_x^{ij} = 1; \quad \sum_t k_t^{ij} = 0$$

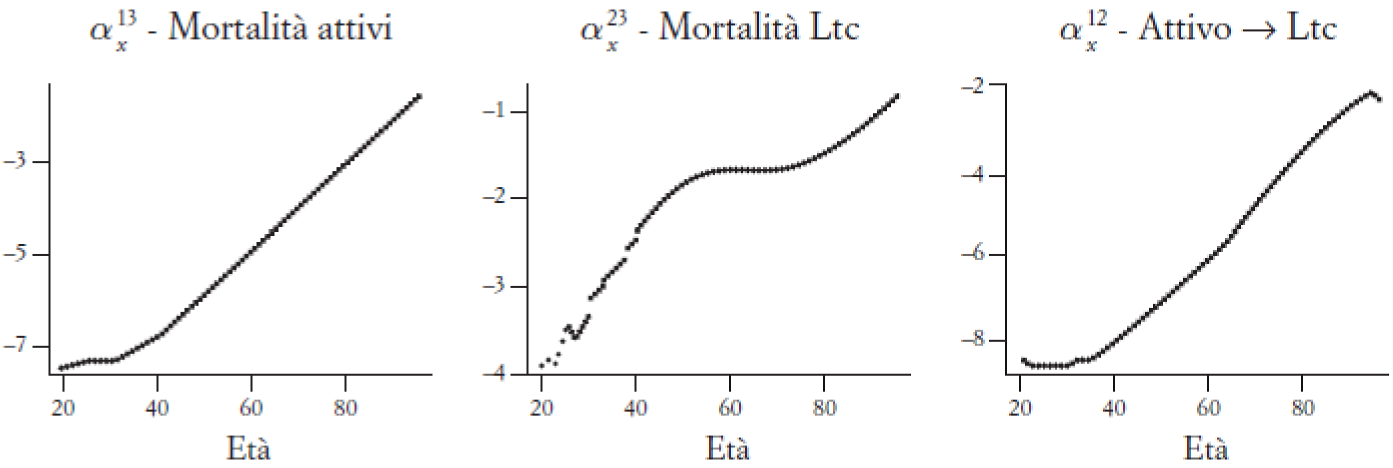
- Processi k_t^{ij} modellizzati e proiettati tramite un modello ARIMA(0,1,0):

$$K_{s+1} = K_s + \mu + CZ_{s+1}$$

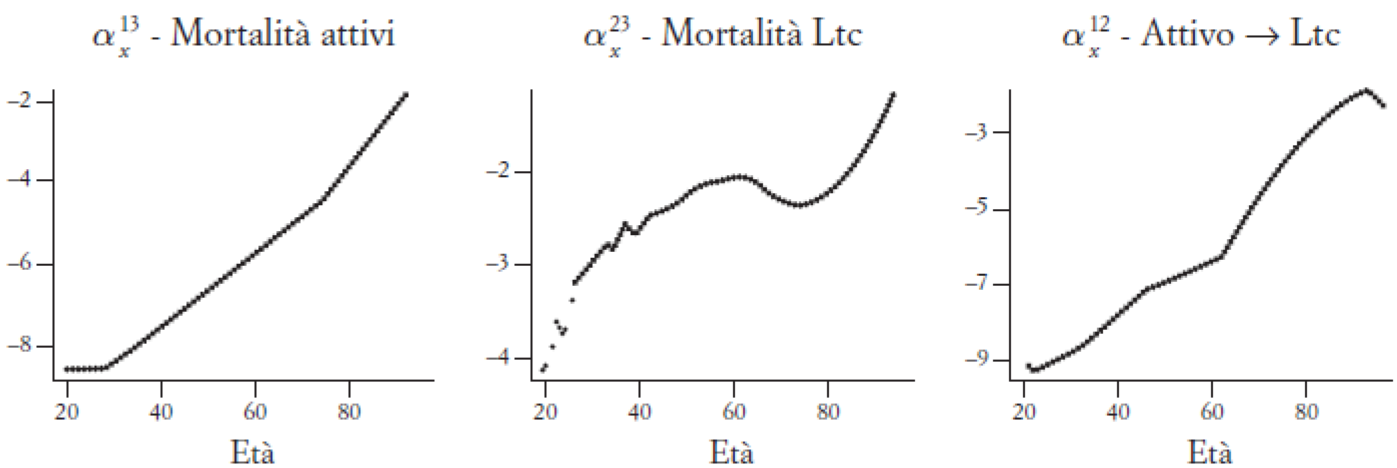
- Con C matrice triangolare 3×3 ricavata dalla matrice di varianza e covarianza tra i parametri K e Z vettore 3×1 di variabili normali standardizzate indipendenti

I parametri del modello Lee-Carter multivariato: alfa

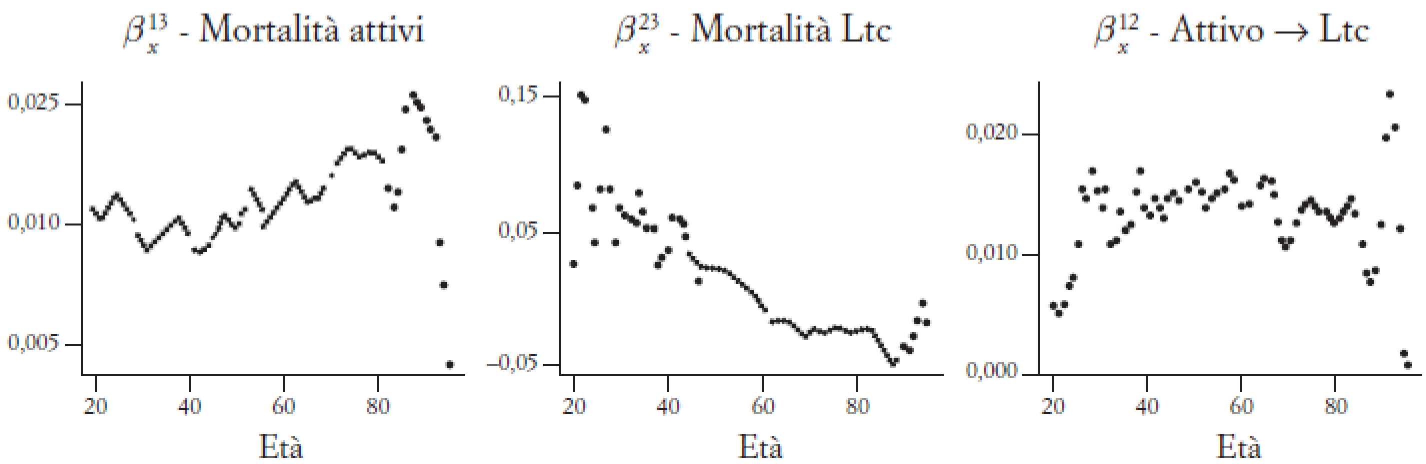
Maschi



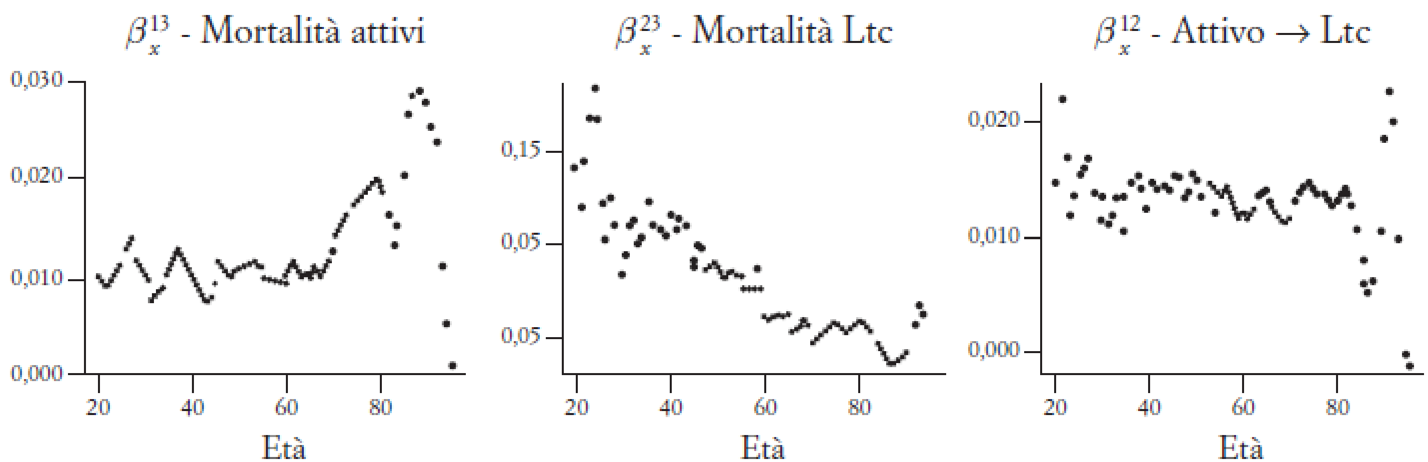
Femmine



I parametri del modello Lee-Carter multivariato: beta

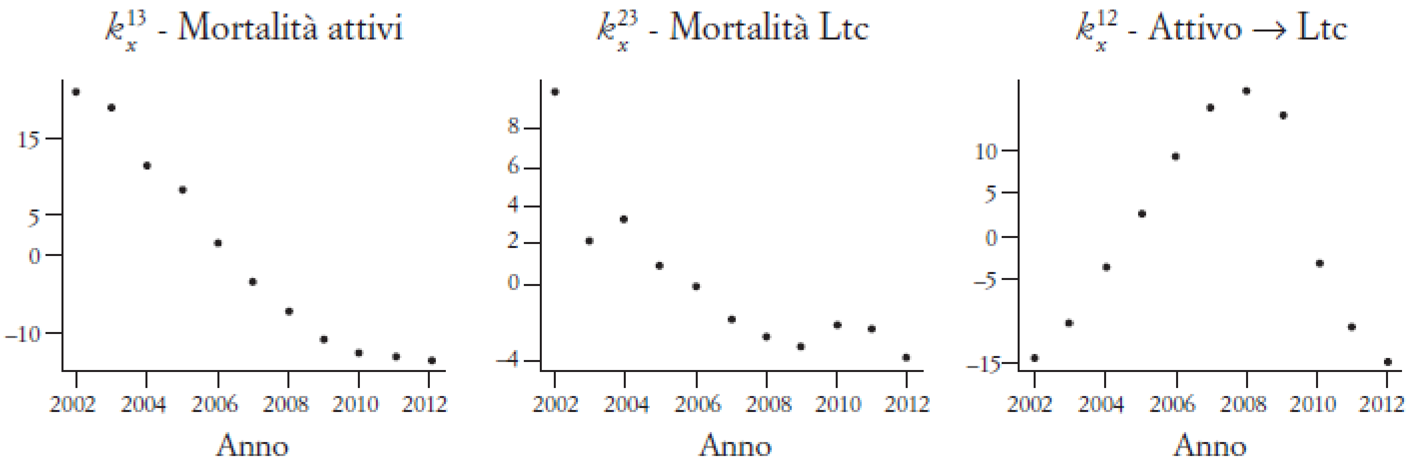


Maschi

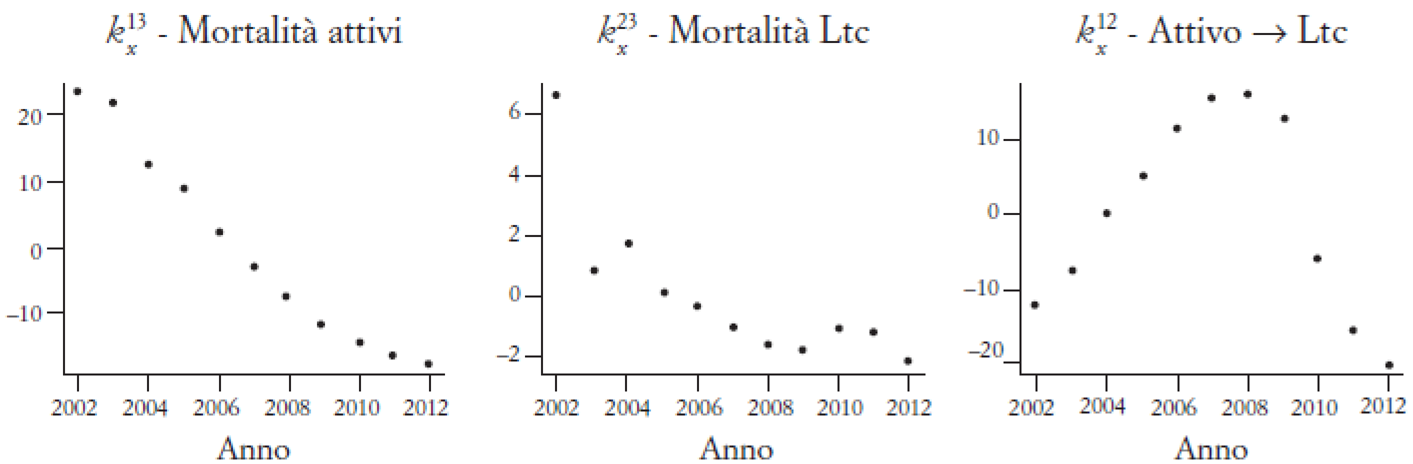


Femmine

I parametri del modello Lee-Carter multivariato: kappa



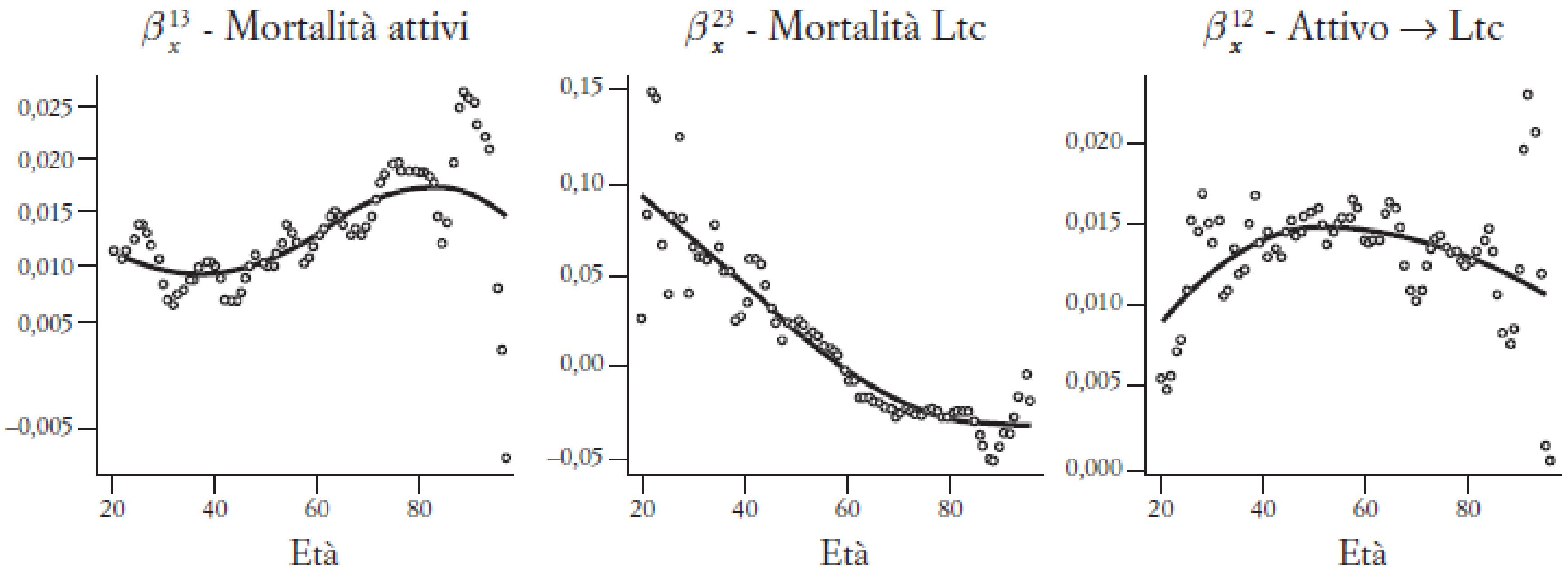
Maschi



Femmine

La perequazione dei parametri beta

- L'andamento irregolare (e biologicamente non giustificato) dei beta ha indotto ad effettuare lo *smoothing* degli stessi con funzioni di tipo *spline* (Currie-Durban-Eilers (2004)).

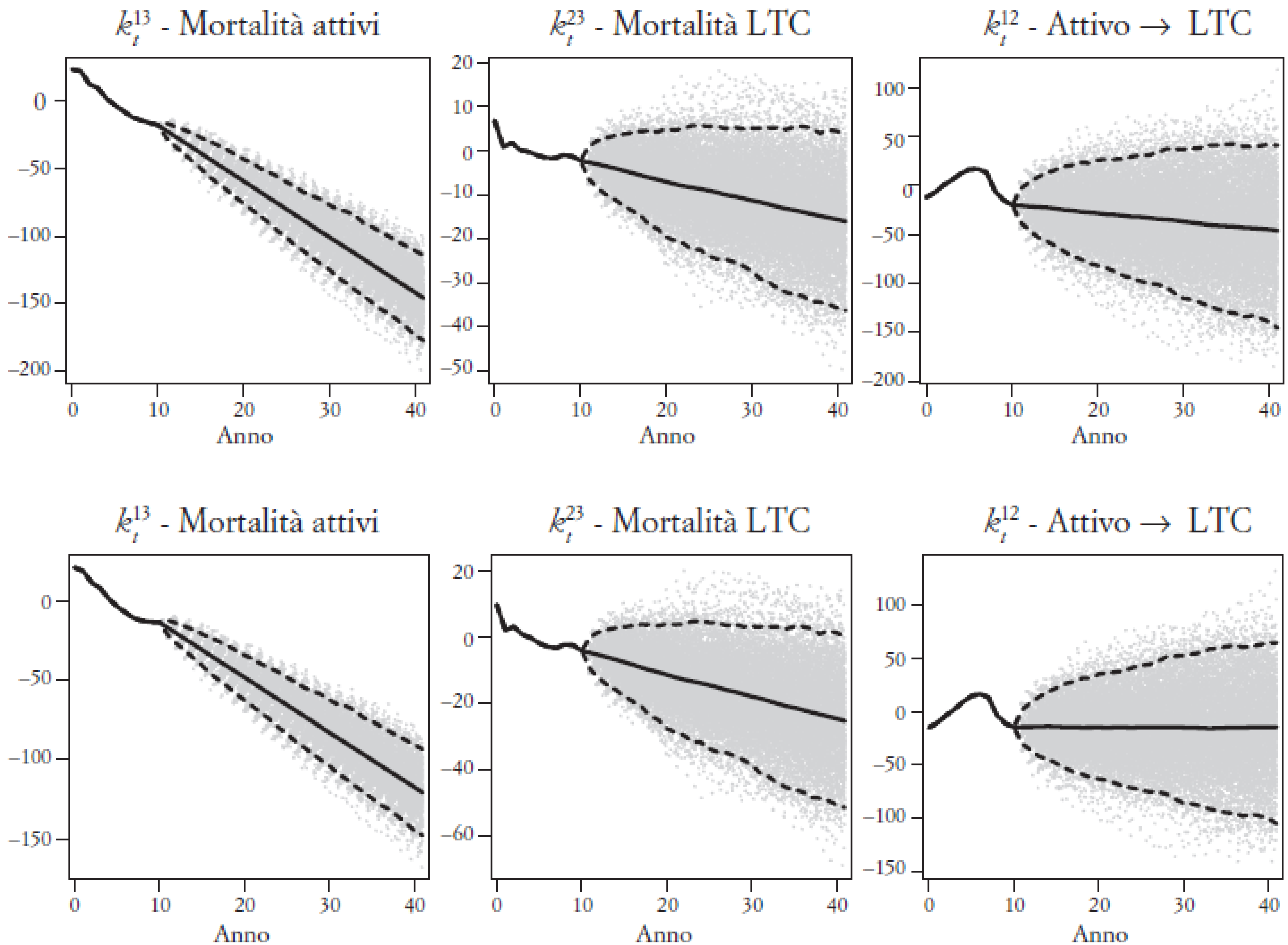


La scelta del modello ARIMA per la proiezione delle intensità

- Scelto per tutti i tre processi kappa, sia per popolazione maschile che femminile, un ARIMA(0,1,0) (random walk with drift)
- k_t^{13} per entrambi i generi andamento sostanzialmente lineare su tutto l'orizzonte di analisi
- k_t^{23} per entrambi i generi andamento sostanzialmente lineare sino al 2009
- k_t^{12} per entrambi i generi inversione di tendenza dal 2009 (effetto dei cambiamenti normativi INPS)

Parametro	ARIMA	Maschi		Femmine	
		σ^2	μ	σ^2	μ
k_t^{13}	(0,1,0)	5.6060	−3.4617	7.5426	−4.1470
k_t^{23}	(0,1,0)	6.2642	−0.6921	3.7019	−0.4498
k_t^{12}	(0,1,0)	60.5564	−0.0109	72.6329	−0.4026

La proiezione dei fattori temporali (kappa)



Maschi

Femmine

Probabilità di transizione p13, maschi

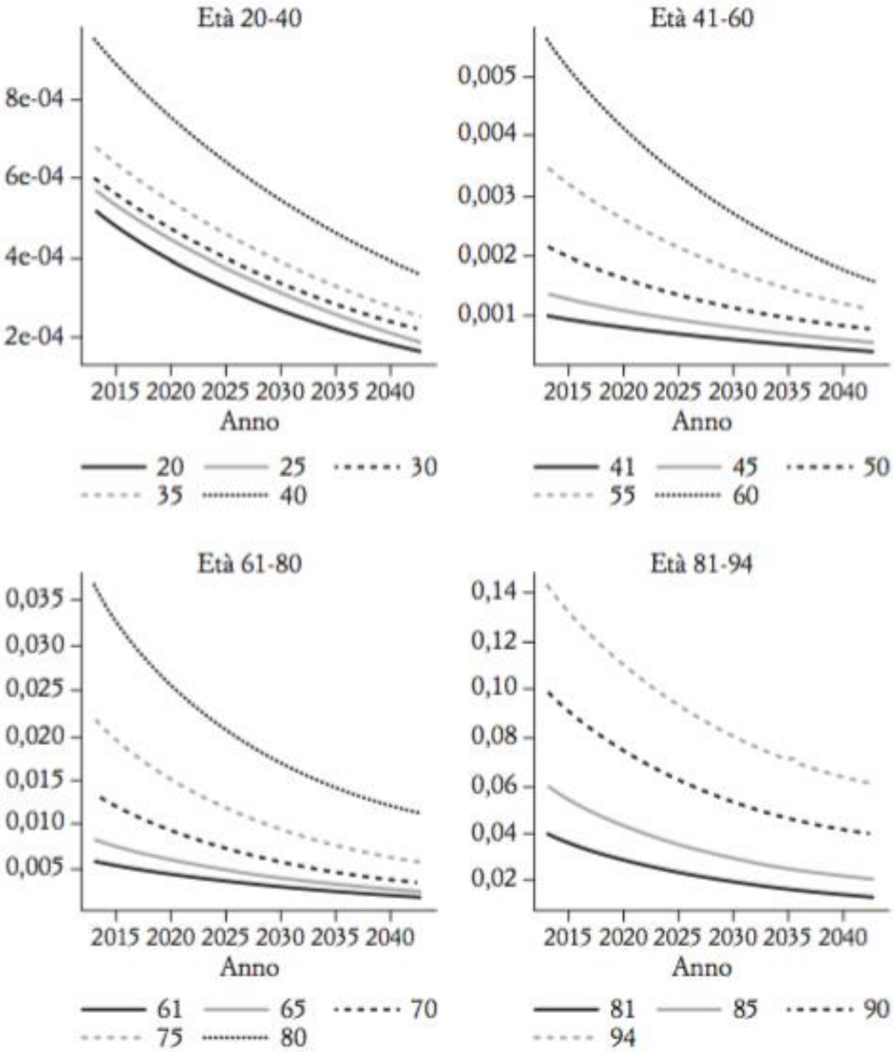


FIG. 4.15. Probabilità di transizione (1,3) proiettate con il modello Lee-Carter: scenario centrale, età 20-95, anni 2013-2043, maschi.

Probabilità di transizione p23, maschi

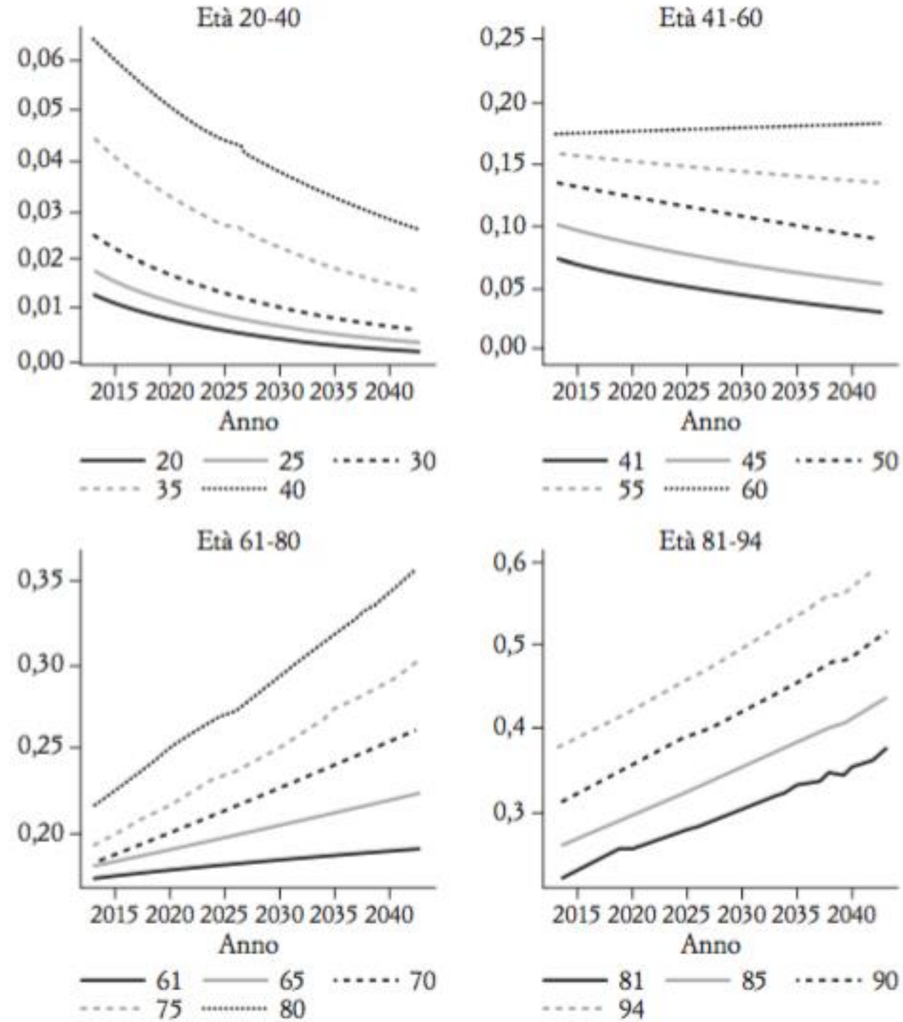


FIG. 4.17. Probabilità di transizione (2,3) proiettate con il modello Lee-Carter: scenario centrale, età 20-95, anni 2013-2043, maschi.

Probabilità di transizione p12, maschi

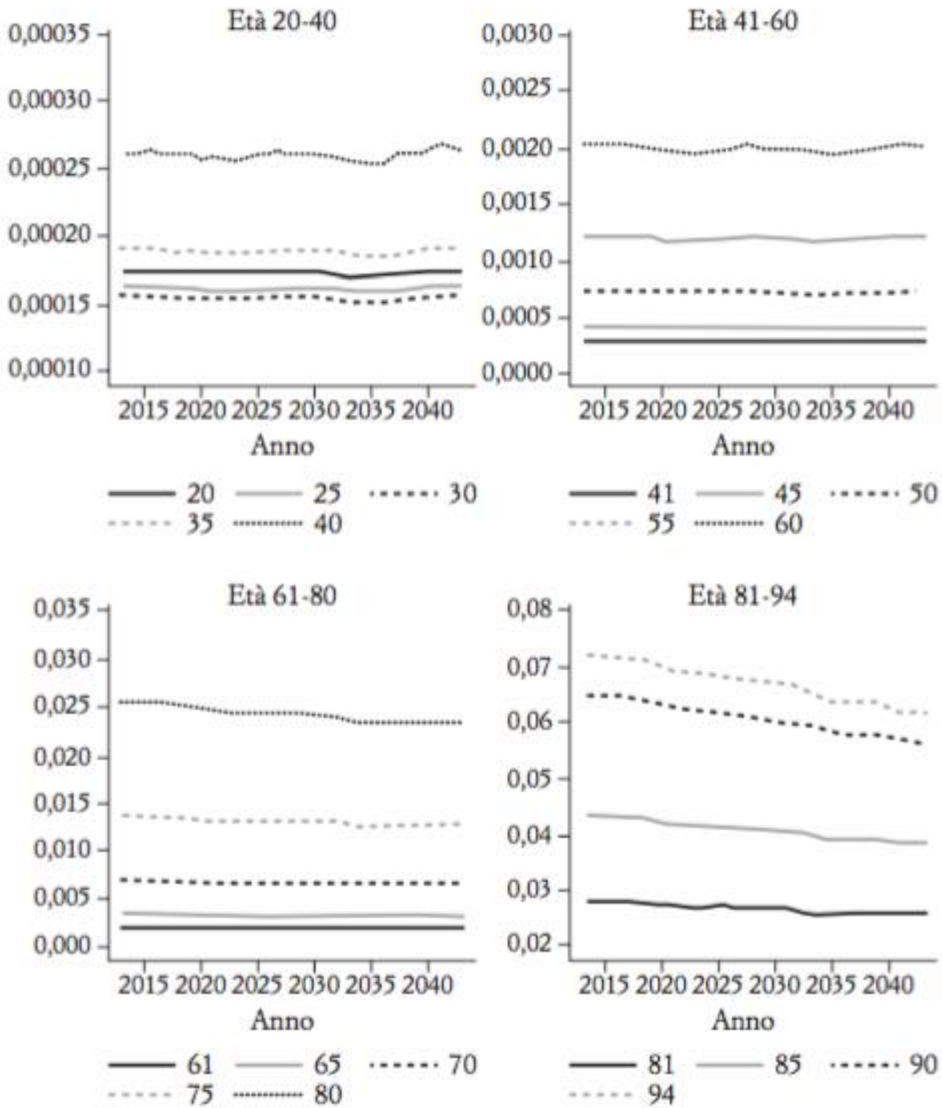
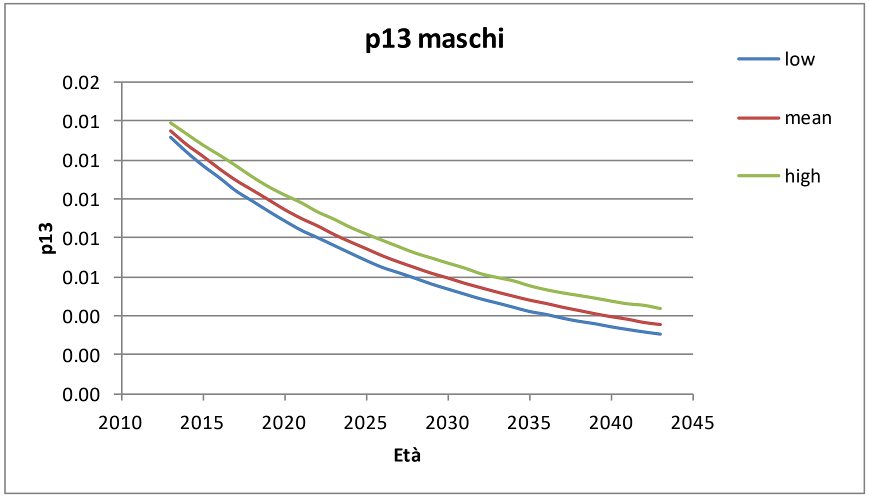
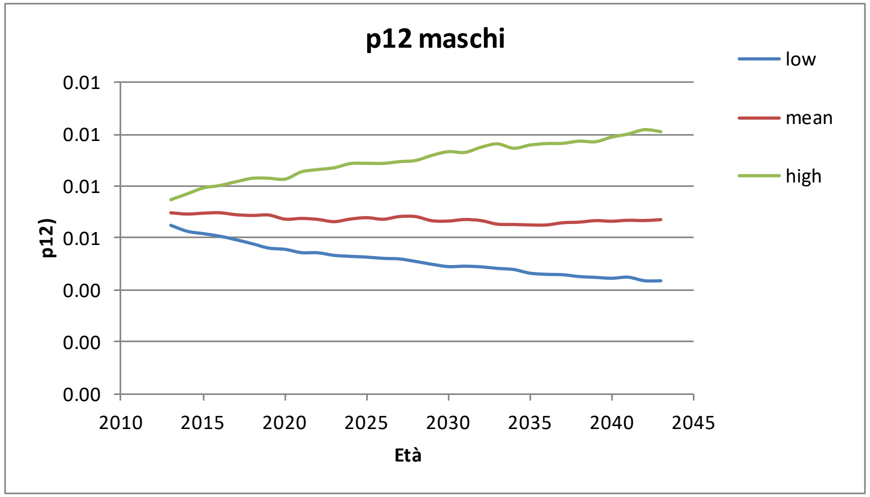
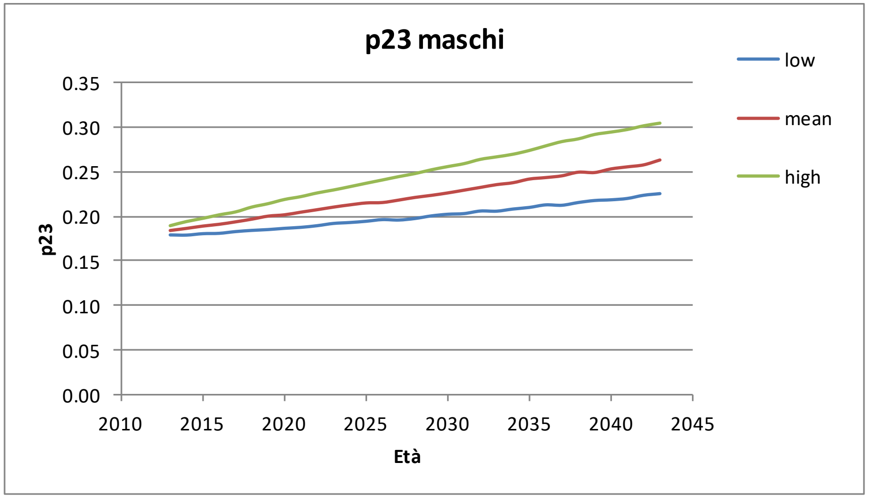


FIG. 4.19. Probabilità di transizione (1,2) proiettate con il modello Lee-Carter: scenario centrale, età 20-95, anni 2013-2043, maschi.

Le probabilità di transizione proiettate







Età 70 - Maschi

Un modello attuariale per la stima di basi tecniche per assicurazioni malattie gravi

- Modello presente in «Assicurazioni sulla salute: caratteristiche, modelli attuariali e basi tecniche», A cura di: De Angelis P., Di Falco, L.. Ed. Il Mulino.
  - Baione F., Conforti, C., Levantesi S., Menzietti M., Tripodi A. (2016). "**Stima di basi tecniche per assicurazioni** LTC, **malattie gravi** e invalidità": p. 123-196.

- Base dati: Tassi specifici di mortalità per grandi gruppi di cause e popolazione con malattie croniche. ISTAT, 2005-2008.

Assicurazione malattie gravi

- Denominata comunemente Dread Disease (DD) o Critical Illness (CI)
- Interviene nella circostanza in cui l'assicurato sia colpito da una malattia particolarmente grave, attraverso il pagamento di un **capitale forfettario**
- **Non ha carattere risarcitorio** quindi non offre un risarcimento commisurato alle effettive spese di cura e/o chirurgiche
- Il supporto finanziario fornito mira a far fronte alle necessità dell'assicurato mentre è in vita
- Non intende offrire introiti mirati alla sostituzione parziale del reddito da lavoro
- Il pagamento ha luogo solo in seguito alla diagnosi della malattia
- Sono previsti **limiti di età** (65/70 anni) oltre i quali cessa la copertura
- Spesso offerta sul mercato in via **complementare a polizze sulla durata di vita**

Assicurazione Dread Disease (DD)

- Prestazione pari alla somma pattuita in polizza
- Durata pluriennale
- Premio annuo costante
- Breve periodo di qualificazione della malattia
- Periodo iniziale di carenza

Tipologia di copertura:

- Autonoma o “Stand Alone”
- Abbinata con un assicurazione vita (TCM)
- Anticipativa
- Aggiuntiva

Criteri di scelta delle malattie

Per essere inclusa in un contratto DD ogni malattia deve soddisfare i seguenti criteri:

- deve comportare alla persona un bisogno di denaro
- deve avere una definizione chiara e precisa
- non deve permettere l'antiselezione da parte degli assicurati
- deve esistere una base statistica relativa alle specifiche malattie coperte dalla polizza per il calcolo dei costi della copertura

Malattie generalmente coperte dall'assicurazione (appartengono alle principali cause di morte):

- Infarto
- Tumore
- Ictus
- Chirurgia del cuore o del by-pass
- Insufficienza renale
- Trapianto di organo
- Sclerosi multipla

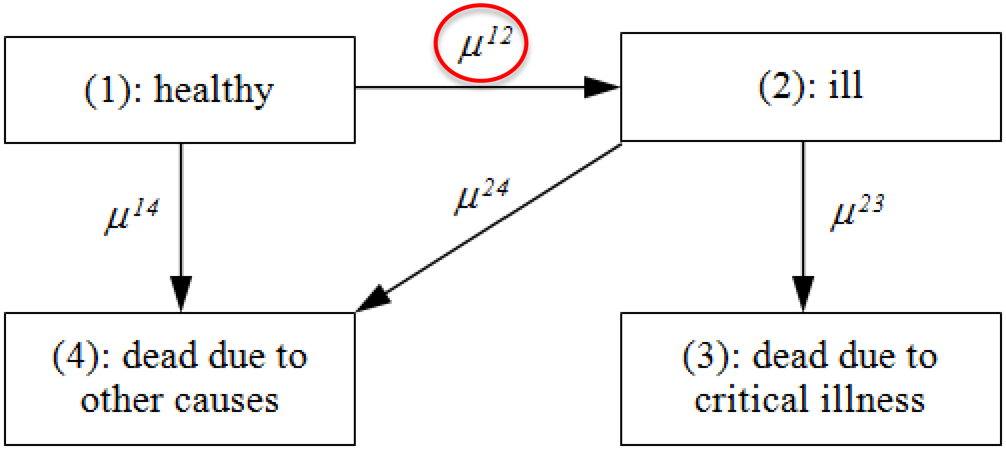
La base dati utilizzata (Italia)

- Tassi di prevalenza delle persone che riportano condizioni croniche (anno 2005 (ISTAT (2008))
  - tipologia di malattia
  - sesso
  - classe di età
- Tassi specifici di mortalità (anno 2009 (ISTAT))
  - grandi gruppi di cause
  - sesso
  - classe di età
- Tavole di mortalità (anno 2009 (ISTAT))
  - sesso
  - Età

Limitazioni: dati nazionali e non di esperienza, presenza di grandi gruppi di patologie più generici rispetto alle definizioni previste usualmente dalle coperture assicurative sulle malattie gravi.

Un modello attuariale per la stima di basi tecniche per assicurazioni malattie gravi

- Modello multistato non omogeneo a tempo discreto con 4 stati:
  - 1 = attivo
  - 2 = malato grave
  - 3 = deceduto a causa di malattia grave
  - 4 = deceduto per altre cause



Relazioni tra probabilità ed intensità

$$ {}_t p_x^{11} = \exp\{-\int_0^t [\mu^{12}(x+u) + \mu^{14}(x+u)]\, du\} $$

$$ {}_t p_x^{12} = \int_0^t [\, {}_u p_x^{11}\, \mu^{12}(x+u)\, {}_{t-u} p_{x+u}^{22}\,] du $$

$$ {}_t p_x^{22} = \exp\{-\int_0^t [\mu^{23}(x+u) + \mu^{24}(x+u)]\, du\} $$

La metodologia utilizzata

- Assegnazione di una funzione analitica alle intensità di transizione μ^{ij}
- Stima dei parametri attraverso un metodo statistico
  - Minimi quadrati
  - Massima verosimiglianza
- La scelta del modello per la stima delle intensità di transizione dipende dalle caratteristiche della base dati disponibile per quanto attiene:
  - qualità informativa
  - profondità storica
- La transizione da sano a malato, μ^{12} :
  - se disponibili i tassi di incidenza (incidence rates), è stimabile direttamente dai dati con metodi parametrici o non-parametrici
  - se disponibili i tassi di prevalenza (prevalence rates), è necessario definire le relazioni tra tassi di prevalenza e probabilità di transizione

Un modello attuariale per la stima di basi tecniche per assicurazioni malattie gravi

- Modelli parametrici per la mortalità: μ^{14}, μ^{23}
  - Gompertz-Makeham
  - Weibull
- Disponibilità dei soli tassi di prevalenza (prevalence rates) per la stima della transizione da sano a malato.
- Relazione tra tassi di prevalenza e probabilità di transizione:
  - Fissata un'età di riferimento iniziale x_0, i prevalence rate possono essere interpretati come la probabilità di essere malato all'età x per un soggetto che era attivo all'età x_0:

$$\boxed{\text{PREVALENCE RATES}} \longrightarrow {}_{x-x_0}f_{x_0} = \frac{{}_{x-x_0}p_{x_0}^{12}}{{}_{x-x_0}p_{x_0}^{11} + {}_{x-x_0}p_{x_0}^{12}}$$

- Ipotesi sulla transizione da sano a malato: μ^{12}
  - Modelli non parametrici: funzione costante a tratti
  - Modelli parametrici: Gompertz-Makeham, Weibull

Modelli adottati per la stima delle intensità di transizione del modello malattie gravi

Transizione	Modello	Formula	Parametri
(1) → (4)	$GM(0, 2)$	$\mu^{14}(x) = \dot{\beta}_1^h \cdot \exp(\beta_2^h \cdot x)$	$\dot{\beta}_1^h, \beta_2^h > 0$
(2) → (3)	$GM(0, 2)$	$\mu^{23}(x) = \dot{\beta}_1^{dd} \cdot \exp(\beta_2^{dd} \cdot x)$	$\dot{\beta}_1^{dd}, \beta_2^{dd} > 0$
(2) → (4)	Modello di aggravamento moltiplicativo	$\mu^{24}(x) = \mu^{14} \cdot (1 + \gamma)$	$\gamma > 0$
(1) → (2)	(*Ipotesi A*) Funzione costante a tratti	$\mu^{12}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq x_0 \\ \sigma_{k+1} & x_k < x \leq x_{k+1} \\ \sigma_n & x \geq x_{n-1} \end{cases} \quad k = 0, 1, \ldots, n-2$	$\sigma_{k+1} \geq 0$ $k = 0, \ldots, n-1$*
	(*Ipotesi B*) $GM(0, 2)$	$\mu^{12}(x) = \dot{\beta}_1^{h,dd} \cdot \exp(\beta_2^{h,dd} \cdot x)$	$\dot{\beta}_1^{h,dd}, \beta_2^{h,dd} > 0$

$$GM(r,s) = \mu(t) = \sum_{h=1}^{r} \alpha_h t^{h-1} + \exp\left(\sum_{k=1}^{s} \beta_k t^{k-1}\right)$$

Modelli adottati per la stima delle intensità di transizione del modello malattie gravi

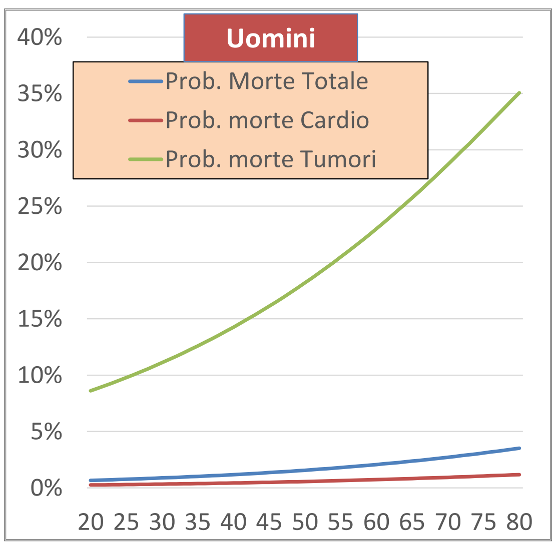
Transizione	Ipotesi A Approccio Grezzo	Ipotesi B Full GM
Mortalità attivi (1)→(4)	Modello parametrico (GM(0,2))	Modello parametrico (GM(0,2))
Mortalità malati gravi (2)→(3)	Modello parametrico (GM(0,2))	Modello parametrico (GM(0,2))
Transizione da attivo a malato grave (1)→(2)	Modello non parametrico (**funzione costante a tratti**)	Modello parametrico (**GM(0,2)**)

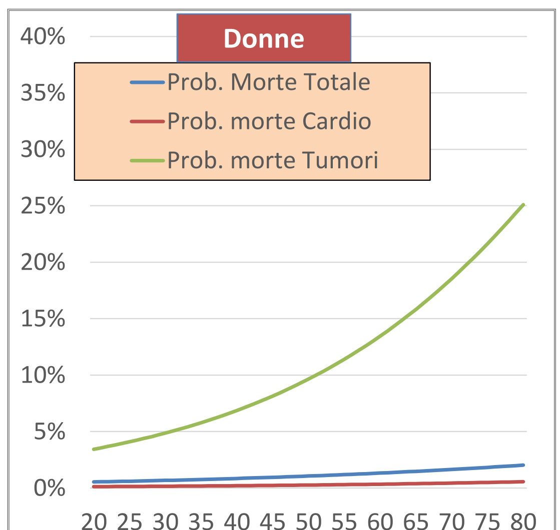
La stima dei parametri del modello GM(0,2) sulla mortalità

TAB. 4.8. *Parametri dei modelli di mortalità dei malati gravi e degli attivi*

Malattia	Sesso	$\mu^{23}(x)$		$\mu^{14}(x)$	
		$\dot{\beta}_1^b$	β_2^b	$\dot{\beta}_1^{dd}$	β_1^b
Tumori	Maschi	0,0519682	0,0268469	0,0000808	0,0710291
	Femmine	0,0168456	0,0355775	0,0000163	0,0832007
Malattie sistema circolatorio	Maschi	0,0014304	0,0271756	0,0000781	0,0751874
	Femmine	0,0006653	0,0268706	0,0000254	0,0826991
Malattie sistema circolatorio e tumori	Maschi	0,0036256	0,0291682	0,0000873	0,0582765
	Femmine	0,0033257	0,0230574	0,0000155	0,0742595

- GM(0,2) è riconducibile ad una regressione lineare semplice.
- Si possono calcolare indicatori di bontà di adattamento.
- Si possono calcolare intervalli di confidenza delle stime.





La stima dei parametri | Prevalence rates: valori grezzi vs perequati

TAB. 4.1. *Tassi di prevalenza. Italia, 2005 (valori per 1.000)*

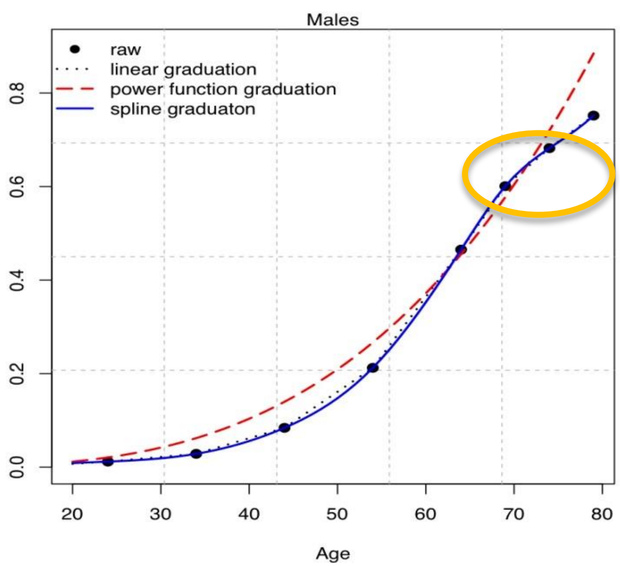
Classe di età	Tumori		Malattie del sistema circolatorio	
	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
15-24	0,50	1,00	6,90	7,20
25-34	1,00	1,70	19,90	16,30
35-44	2,40	5,50	62,50	44,70
45-54	4,60	11,60	164,70	156,80
55-64	17,50	24,90	376,10	352,20
65-69	26,50	26,90	514,30	525,30
70-74	33,00	19,60	625,20	612,40
75-79	32,80	25,40	705,70	689,70

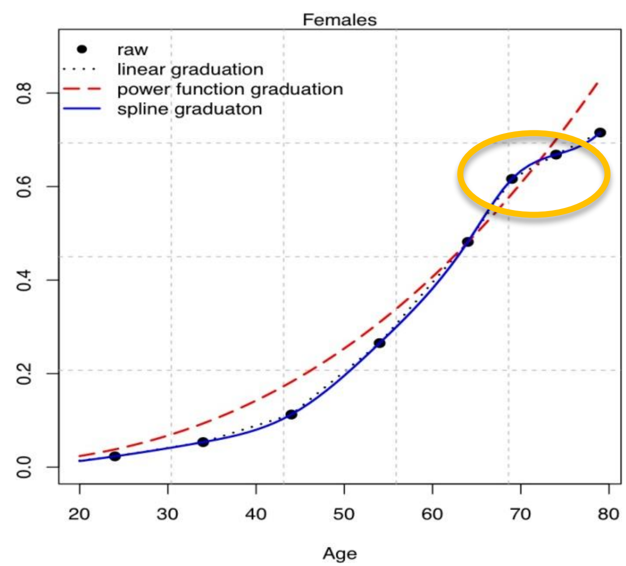
Fonte: ISTAT.

$${}_{x-x_0}f_{x_0}$$

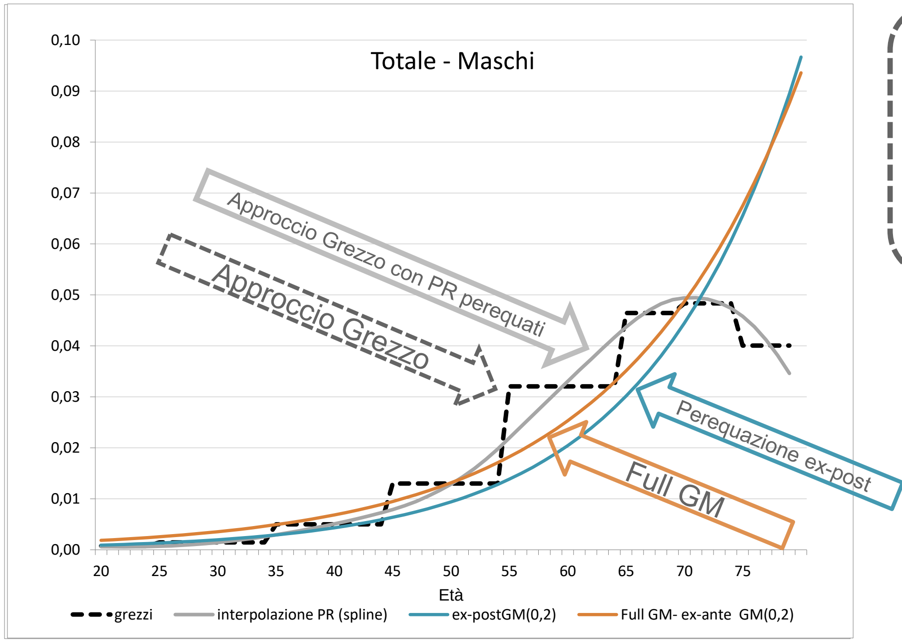
La scelta a priori di un modello di perequazione è **rilevante** ai fini dei risultati di stima della intensità di transizione da attivo a malato
Negli approcci proposti **non** è stata effettuata la perequazione dei prevalence rate

Minor intensità della variazione relativa osservata sui prevalence rates tra i gruppi di età 65–69 e 70–74





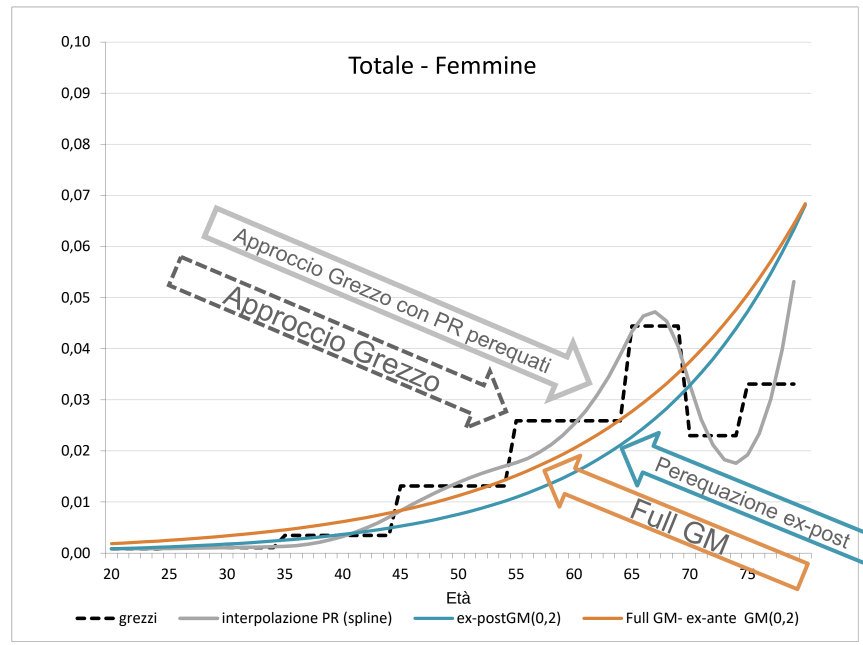
La stima dei parametri | Intensità di transizione μ^{12}



Approccio Grezzo

I modello identifica dei *prevalence rates* stimati identici a quelli osservati per singola classe di età.

Può determinare un effetto «a scalino» che risultano incoerenti per la costruzione delle basi demografiche.



Approccio Full GM

Consente di smussare e rendere più regolari gli andamenti e, quindi, essere più adatta ai fini della costruzione della base demografica.

I modello identifica dei *prevalence rates* meno coerenti con la base dati di riferimento

La stima delle probabilità | Soluzione in ipotesi Full GM

$$
{}_t p_x^{11} = \exp\left\{-\frac{\dot\beta_1^{h,dd}}{\beta_2^{h,dd}}\left(e^{\beta_2^{h,dd}\cdot(x+t)} - e^{\beta_2^{h,dd}x}\right) - \frac{\dot\beta_1^{h}}{\beta_2^{h}}\left(e^{\beta_2^{h}\cdot(x+t)} - e^{\beta_2^{h}x}\right)\right\}
$$

per:

$k = 0, 1, \ldots, n-2;$

$x_k \leq x \leq x_{k+1};$

$t \leq x_{k+1} - x;$

$k = n-1;$

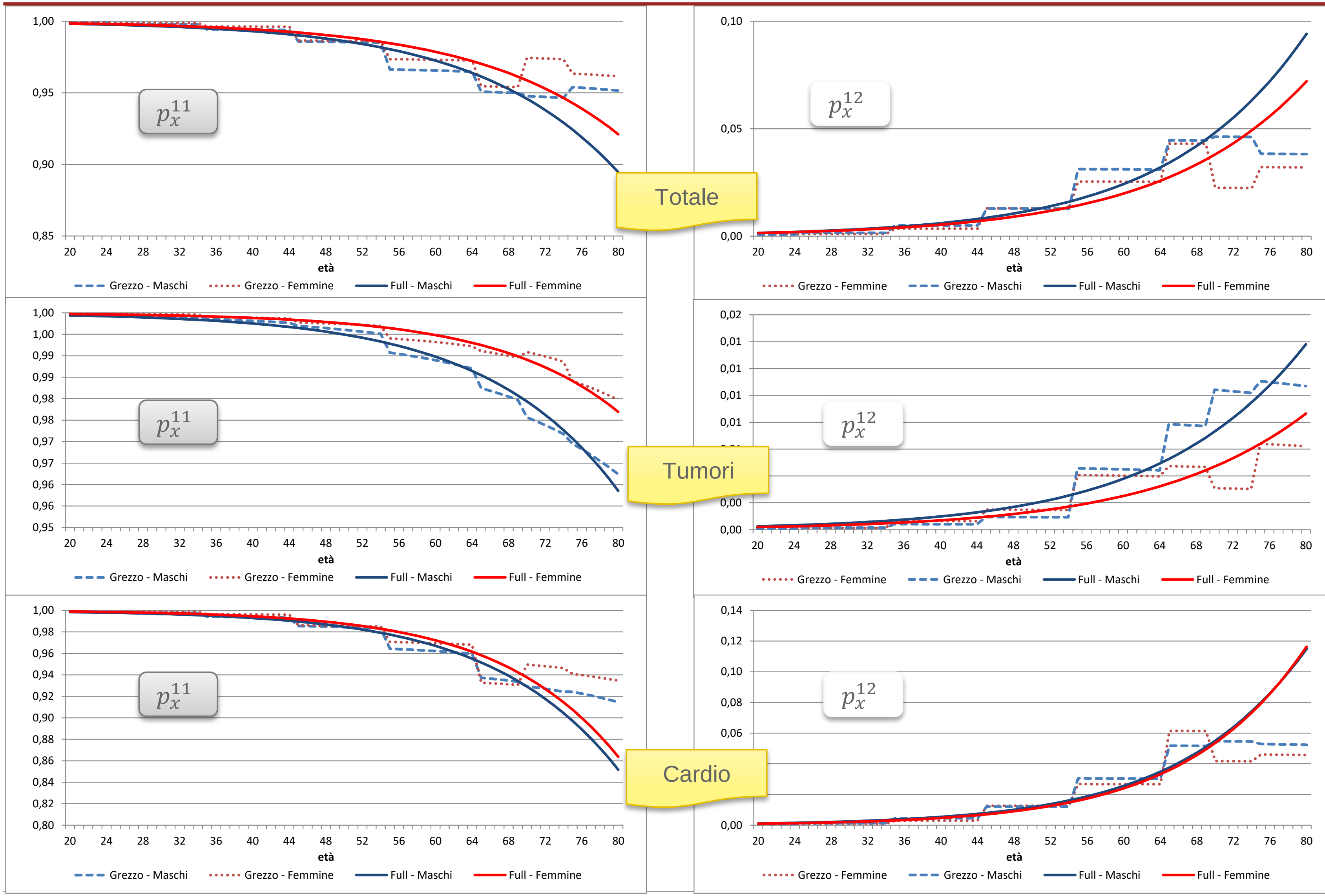
$x \geq x_{n-1}$ e $\forall t.$

$$
{}_t p_x^{22} = \\
= \exp\left\{-\frac{\dot\beta_1^{h}}{\beta_2^{h}}(1+\gamma)\left[e^{\beta_2^{h}(x+t)} - e^{\beta_2^{h}x}\right] - \frac{\dot\beta_1^{dd}}{\beta_2^{dd}}\left[e^{\beta_2^{dd}(x+t)} - e^{\beta_2^{dd}x}\right]\right\}, \\
\forall x, t
$$

$$
{}_t p_x^{12} = \\
= \left[\exp\left(\frac{\dot\beta_1^{h}}{\beta_2^{h}} e^{\beta_2^{h}\cdot x}\left(1 - e^{\beta_2^{h}t}(1+\gamma)\right) + \gamma\cdot\frac{\dot\beta_1^{h}}{\beta_2^{h}} e^{\beta_2^{h}\left(x+\frac{t}{2}\right)}\left(1 - \beta_2^{h}\cdot\frac{t}{2}\right)\right)\right] \\
\cdot\left[\exp\left(\beta_2^{h,dd}\cdot x + \frac{\dot\beta_1^{h,dd}}{\beta_2^{h,dd}}\cdot e^{\beta_2^{h,dd}\cdot x} - \frac{\dot\beta_1^{h,dd}}{\beta_2^{h,dd}}\cdot e^{\beta_2^{h,dd}\left(x+\frac{t}{2}\right)}\left(1 - \beta_2^{h,dd}\cdot\frac{t}{2}\right)\right)\right] \\
\cdot\left[\exp\left(-\frac{\dot\beta_1^{dd}}{\beta_2^{dd}}\cdot e^{b(x+t)} + \frac{\dot\beta_1^{dd}}{\beta_2^{dd}}\cdot e^{\beta_2^{dd}\left(x+\frac{t}{2}\right)}\left(1 - \beta_2^{dd}\cdot\frac{t}{2}\right)\right)\right] \\
\cdot\frac{\dot\beta_1^{h,dd}\cdot\left[\exp\left[\left(\beta_2^{h,dd} - \dot\beta_1^{h,dd}\cdot e^{\beta_2^{h,dd}\left(x+\frac{t}{2}\right)} + \gamma\dot\beta_1^{h}\cdot e^{\beta_2^{h}\left(x+\frac{t}{2}\right)} + \dot\beta_1^{dd} e^{\beta_2^{dd}\left(x+\frac{t}{2}\right)}\right)\cdot t\right] - 1\right]}{\beta_2^{h,dd} - \dot\beta_1^{h,dd}\cdot e^{\beta_2^{h,dd}\left(x+\frac{t}{2}\right)} + \gamma\cdot\dot\beta_1^{h}\cdot e^{\beta_2^{h}\left(x+\frac{t}{2}\right)} + \dot\beta_1^{dd}\cdot e^{\beta_2^{dd}\left(x+\frac{t}{2}\right)}}
$$

La stima delle probabilità | I risultati principali

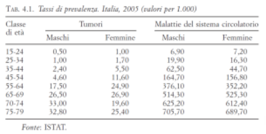
Probabilità di permanenza nello stato di attivo per età e sesso



Probabilità di transizione da attivo a malato grave per età e sesso

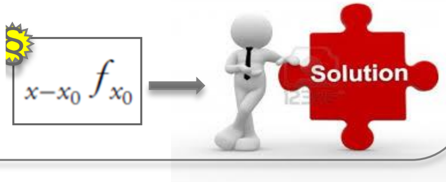
Conclusioni e futuri sviluppi

- Approccio metodologico utile in caso di informazioni poco dettagliate, frammentarie e non continuative.
- Principale contributo del modello: soluzione in forma chiusa per la stima delle probabilità del modello multistato di riferimento a partire dalla conoscenza dei prevalence rate.
- Utilizzo di modelli diversi dal GM purché consentano di trovare soluzioni in forma chiusa.

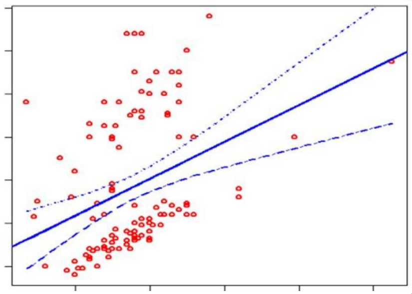

TAB. 4.1. *Tassi di prevalenza. Italia, 2005 (valori per 1.000)*

Classe di età	Tumori		Malattie del sistema circolatorio	
	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
15-24	0,50	1,00	6,90	7,20
25-34	1,00	1,70	19,90	16,30
35-44	2,40	5,50	62,50	44,70
45-54	4,60	11,60	164,70	156,80
55-64	17,50	24,90	376,10	352,20
65-69	26,50	26,90	514,30	525,30
70-74	33,00	19,60	625,20	612,40
75-79	32,80	25,40	705,70	689,70

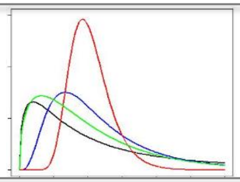
Fonte: ISTAT.



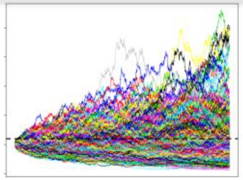
- Modello utilizzabile su diverse malattie in modo singolo o congiunto
- Modello che consente di individuare anche intervalli di confidenza delle stime ottenute.
- Limite potenziale relativo alle ipotesi sulle intensità di mortalità (es. GM(0,2)) che devono essere preliminarmente verificate attraverso l'impiego test statistici sulla qualità del fitting.



- E' possibile definire ipotesi alternative sulla distribuzioni sottostanti l'ipotesi di mortalità (i.e. Weibull) purché consentano di trovare soluzioni in forma chiusa..



- Laddove disponibili dati su un orizzonte storico sarebbe possibile implementare modelli previsionali delle probabilità (di tipo deterministico o stocastico)



Bibliografia

- Baione, F., Levantesi, S. (2014). A Health Insurance Pricing Model Based on Prevalence Rates: Application to Critical Illness Insurance. Insurance: Mathematics and Economics», 58: 174-184.
- Baione F., De Angelis, P., Levantesi S., Menzietti M., Tripodi A. (2016). Modelli attuariali per la stima di basi tecniche relative ad assicurazioni di persone”. In Assicurazioni sulla salute: caratteristiche, modelli attuariali e basi tecniche: 85-121. A cura di: De Angelis P., Di Falco, L., Il Mulino. ISBN: 978-88-15-26084-0.
- Baione F., Conforti, C., Levantesi S., Menzietti M., Tripodi A. (2016). “Stima di basi tecniche per assicurazioni LTC, malattie gravi e invalidità”. In Assicurazioni sulla salute: caratteristiche, modelli attuariali e basi tecniche: 123-196. A cura di: De Angelis P., Di Falco, L., Il Mulino. ISBN: 978-88-15-26084-0.
- Brouhns, N., Denuit, M. and Vermunt, J. K. (2002). A Poisson Log-Bilinear Approach to the Construction of Projected Life Tables. Insurance: Mathematics and Economics 31: 373-393.
- Cairns, A.J.G., Blake, D., Dowd, K. (2006). A Two-Factor Model for Stochastic Mortality with Parameter Uncertainty: Theory and Calibration. Journal of Risk and Insurance, 73: 687-718.
- Coughlan et al. (2007). LifeMetrics: A toolkit for measuring and managing longevity and mortality risk . Technical Document. JP Morgan, London.
- Cox, D.R. (1972). Regression models and life-tables (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society, 34: 187-220.

Bibliografia

- Currie I. D., Durban, M. and Eilers, P. H. C. (2004). Smoothing and forecasting mortality rates Statistical Modelling, 4, 279-298.
- Czado, C., Rudolph, F. (2002). Application of Survival Analysis Methods to Long Term Care Insurance. Insurance: Mathematics and Economics, 31: 395-413.
- Haberman S., Pitacco E. (1999). Actuarial models for Disability Insurance. Chapman & Hall, Londra.
- Lee, R.D., Carter, L.R. (1992). Modelling and forecasting U.S. mortality. Journal of the American Statistical Association, 87: 659-675.
- Levantesi, S., Menzietti, M. (2012). Managing Longevity and Disability Risks in Life Annuities with Long Term Care. Insurance: Mathematics and Economics, 50: 391-401.
- Macdonald, A.S. (1996) An Actuarial Survey of Statistical Models for Decrement and Transition Data. I: Multiple State, Binomial and Poisson Models. British Actuarial Journal, 2, 129-155.
- Macdonald, A.S. (1996) An Actuarial Survey of Statistical Models for Decrement and Transition Data. II: Competing Risks, Non-Parametric and Regression Models. British Actuarial Journal, 2, 429-448.
- Macdonald, A.S. (1996) An Actuarial Survey of Statistical Models for Decrement and Transition Data. III: Counting Process Models. British Actuarial Journal, 2, 703-726.